



ЗАТВЕРДЖУЮ

заступник директора з навчально-методичної роботи
ЗНТ «Дніпровський професійний технологічний
коледж»

Сергій ГОРДІЄНКО

«26» серпня 2026 р.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

АКАДЕМІЧНИЙ КУРС: «ОПІР МАТЕРІАЛІВ»

ЛЕКЦІЯ №1: Вступ до опору матеріалів. Гіпотези та допущення. Метод перерізів.

Поняття про напруження.

Обсяг часу: 2 академічні години (1 пара).

Дидактична мета: Сформувати фундаментальне розуміння об'єкта та предмета дисципліни «Опір матеріалів», здійснити когнітивний перехід від моделі абсолютно твердого тіла (з теоретичної механіки) до реального деформівного тіла; засвоїти базові гіпотези та допущення; опанувати універсальний алгоритм методу перерізів для визначення внутрішніх силових факторів; ввести поняття напруженого стану.

1. ПРЕДМЕТ ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ»

У курсі теоретичної механіки (ОК7) всі матеріальні об'єкти розглядалися як ідеалізовані абсолютно тверді тіла, відстань між будь-якими двома точками яких залишається незмінною під дією будь-яких навантажень. Таке абстрагування було необхідним для встановлення загальних умов рівноваги та законів руху. Однак у реальній інженерно-будівельній практиці абсолютно жорстких матеріалів не існує.

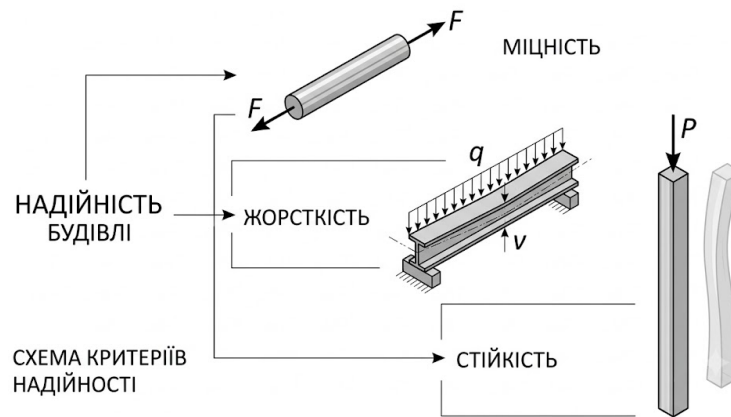
Будь-який реальний елемент будівельної конструкції (балка перекриття, сталева колона, елемент кроквяної ферми) під дією зовнішніх сил завжди змінює свої геометричні розміри та форму. Цей процес називається **деформуванням**.

Опір матеріалів — це фундаментальна інженерна наука про міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій, машин і споруд. Вона вивчає методи інженерного розрахунку надійності деформівних твердих тіл з урахуванням фізико-механічних властивостей реальних матеріалів (сталі, бетону, деревини тощо).

Головне завдання інженера-будівельника полягає у створенні безпечного простору. Під час проектування необхідно підібрати такі розміри, форму та матеріал конструкції, щоб вона надійно витримувала експлуатаційні навантаження (була міцною), не зазнавала надмірних прогинів, що заважають експлуатації (була жорсткою), і зберігала початкову форму рівноваги (була стійкою). При цьому рішення має бути економічно доцільним — без надмірної перевитрати металу чи бетону.

Три базові критерії надійності конструкції:

1. **Міцність (Strength)** — здатність матеріалу та конструкції в цілому чинити опір руйнуванню (розриву, зрізу, роздробленню) або появі недопустимих залишкових (пластичних) деформацій під дією зовнішніх навантажень.
2. **Жорсткість (Stiffness)** — здатність конструкції пружно чинити опір зміні своєї форми та розмірів. Елемент вважається жорстким, якщо його пружні переміщення (прогини, кути повороту) не перевищують нормативних меж, встановлених Державними будівельними нормами (ДБН).
3. **Стійкість (Stability)** — здатність конструкції зберігати задану (початкову) форму пружної рівноваги за будь-яких експлуатаційних впливів. (Наприклад, довга тонка колона при стиску може раптово виігнутися і зруйнуватися задовго до вичерпання міцності матеріалу — це явище втрати стійкості).



2. РЕАЛЬНИЙ ОБ'ЄКТ ТА ЙОГО РОЗРАХУНКОВА СХЕМА

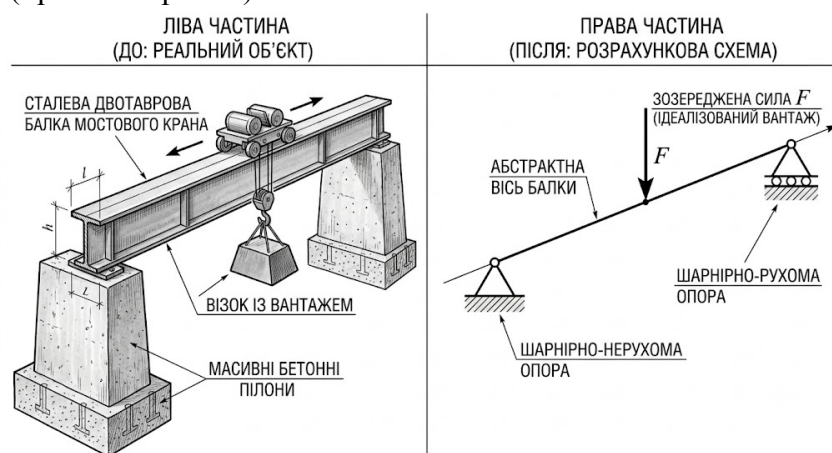
В опорі матеріалів, як і в теоретичній механіці, розрахунок ніколи не проводиться для реальної складної конструкції з усіма її гайками, зварними швами, фасками чи архітектурними оздобленнями. Розрахунок виконується для її **розрахункової схеми**.

Розрахункова схема — це ідеалізована, спрощена модель реального об'єкта, звільнена від усіх другорядних особливостей, які суттєво не впливають на його напружено-деформований стан, але враховує всі головні фактори (геометрію основи, характер опорних закріплень, схему прикладання навантажень).

За геометричними ознаками всі елементи будівельних конструкцій абстрагуються до трьох основних типів:

1. **Стрижень (Брус)** — тіло, у якого один вимір (довжина l) значно перевищує два інші (розміри поперечного перерізу b, h). Більшість елементів будівельних конструкцій розраховуються як стрижні: колони, балки перекриття, вантажі, стійки, елементи кроквяних ферм. Вісь стрижня — це геометричне місце центрів ваги його поперечних перерізів.
2. **Пластина та оболонка** — тіло, у якого один вимір (товщина t) значно менший за два інші виміри в плані. Якщо серединна поверхня плоска — це пластина (наприклад, фундаментна плита, плита перекриття, панель стіни). Якщо серединна поверхня викривлена — це оболонка (куполи, резервуари, силоси).
3. **Масив** — тіло, у якого всі три виміри мають один і той самий порядок величини (наприклад, масивний бетонний фундамент під турбіну, підпірна гравітаційна стіна).

Курс «Опір матеріалів» переважно фокусується на вивченні напружено-деформованого стану **стрижнів** (прямих і кривих).



3. ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ГІПОТЕЗИ ТА ДОПУЩЕННЯ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

Реальні будівельні матеріали (сталь, деревина, бетон) мають надзвичайно складну мікроструктуру: кристалічні ґратки з дефектами, волокна, пористість, мікротріщини. Математично описати таку хаотичну структуру неможливо. Тому опір матеріалів базується на низці макроскопічних фундаментальних гіпотез, які дозволяють застосовувати апарат вищої математики (диференціальне та інтегральне числення).

Досвід проектування світової інфраструктури доводить, що ці допущення забезпечують високу точність розрахунків.

Гіпотези щодо структури та фізичних властивостей матеріалу:

1. **Гіпотеза суцільності (безперервності):** Припускається, що матеріал заповнює об'єм тіла абсолютно суцільно, без порожнеч, пор і мікротріщин. Ця гіпотеза дає право застосовувати апарат нескінченно малих величин, вважаючи функції переміщень і внутрішніх зусиль неперервними.
2. **Гіпотеза однорідності:** Фізико-механічні властивості матеріалу (міцність, пружність) вважаються абсолютно однаковими в будь-якій точці об'єму тіла. Незалежно від того, де ми виріжемо елементарний кубик — на поверхні чи в центрі балки — його характеристики будуть ідентичними.
3. **Гіпотеза ізотропності:** Властивості матеріалу однакові в усіх напрямках. Сталь, чавун і алюміній з високим ступенем точності вважаються ізотропними. *Виняток:* Деревина (міцність вздовж волокон і впоперек кардинально відрізняється) та склопластики є анізотропними матеріалами, для них вводяться спеціальні поправки.
4. **Гіпотеза ідеальної пружності:** Вважається, що матеріал здатний повністю відновлювати свою початкову форму і розміри після зняття зовнішнього навантаження. Розглядається робота матеріалу лише в межах пружних деформацій (до досягнення границі плинності).

Гіпотези щодо характеру деформування конструкції:

5. **Гіпотеза плоских перерізів (Гіпотеза Я. Бернуллі):** Поперечні перерізи стрижня, які були плоскими і перпендикулярними до його поздовжньої осі до деформації, залишаються плоскими і перпендикулярними до деформованої осі й після прикладення навантаження. Ця гіпотеза критично важлива для виведення формул згину та кручення.
6. **Принцип незалежності дії сил (Принцип суперпозиції):** Результат дії на конструкцію системи сил дорівнює алгебраїчній (або векторній) сумі результатів дії кожної з цих сил окремо. Цей принцип справедливий лише для лінійно-пружних систем, де деформації малі і прямо пропорційні навантаженням (дотримується закон Гука).
7. **Принцип Сен-Венана (Принцип пом'якшення граничних умов):** У місцях прикладення зосереджених сил, а також у місцях різкої зміни форми перерізу виникає локальне збурення напружень (концентрація напружень). Принцип стверджує: на відстанях, достатньо віддалених від місця прикладення навантаження (приблизно на відстані, що дорівнює найбільшому поперечному розміру стрижня), характер розподілу напружень практично не залежить від локального способу прикладення навантаження. Це дозволяє замінювати складні контактні взаємодії рівнодіючими зосередженими силами.

4. ЗОВНІШНІ ТА ВНУТРІШНІ СИЛИ

Всі сили, що діють на елементи будівельної конструкції, класифікуються на зовнішні та внутрішні.

Зовнішні сили — це міра механічної дії на дану конструкцію з боку інших тіл або середовищ (наприклад, вага снігу на даху, тиск вітру на фасад, вага технологічного обладнання). За способом прикладення вони поділяються на:

- **Об'ємні (масові) сили:** Розподілені по всьому об'єму тіла. Їх величина пропорційна масі об'єкта. Приклад: власна вага конструкції, сили інерції, магнітні сили.
- **Поверхневі сили:** Прикладені до ділянок поверхні тіла. Можуть бути *зосередженими* (сила діє на майданчик, розмірами якого можна знехтувати, наприклад, тиск колеса крана на рельсу) або *розподіленими* (сніговий або вітровий тиск, тиск води на дамбу). Вимірюються в H/m , kH/m^2 .

Внутрішні сили — це сили міжмолекулярної взаємодії, які виникають усередині тіла як протидія зовнішнім навантаженням і прагнуть зберегти цілісність тіла, запобігаючи його руйнуванню. В опорі матеріалів вивчають не самі абсолютні міжмолекулярні сили (вони існують і в ненавантаженому стані), а **зміну внутрішніх сил** (додаткові внутрішні зусилля), спричинену дією зовнішнього навантаження.

Для визначення величини цих внутрішніх сил в опорі матеріалів застосовується фундаментальний інструмент — **метод перерізів**.

5. МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ (АЛГОРИТМ Р-В-3-3)

Метод перерізів — це універсальний алгоритм, який дозволяє "зазирнути" всередину деформованого тіла і кількісно оцінити внутрішні сили. Він базується на фундаментальній

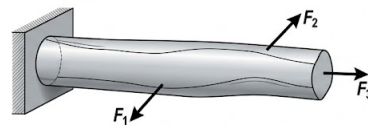
аксіомі: якщо тіло під дією зовнішніх сил перебуває в рівновазі, то в рівновазі перебуває і будь-яка його відрізана частина.

Алгоритм методу перерізів для мнемонічного запам'ятовування можна позначити аббревіатурою **Р-В-З-З** (Розрізати, Відкинути, Замінити, Зрівноважити):

1. **Р (Розрізати):** Уявно розрізаємо тіло (балку, колону) площиною в тому місці (перерізі), де необхідно визначити внутрішні зусилля.
2. **В (Відкинути):** Уявно відкидаємо одну з частин тіла (зазвичай ту, що складніша за геометрією або містить більше невідомих опорних реакцій). Залишаємо для розгляду ту частину, на яку діють простіші або відомі зовнішні сили.
3. **З (Замінити):** Оскільки відкинута частина здійснювала силовий вплив на залишену, замінюємо дію відкинutoї частини на залишену системою внутрішніх силових факторів (ВСФ), прикладених у перерізі. Ці сили розподілені по площі перерізу, але ми зводимо їх до центру ваги перерізу.
4. **З (Зрівноважити):** Складаємо рівняння абсолютної статки (рівняння рівноваги) для залишеної частини. Залишена частина перебуває під дією відомих зовнішніх сил і невідомих внутрішніх силових факторів у перерізі. З цих рівнянь знаходимо величини ВСФ.

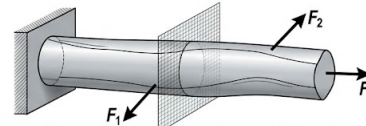
МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ: ПОКРОКОВЕ ВИЗНАЧЕННЯ ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ

ФАЗА А: ЦІЛІСНИЙ СТРИЖЕНЬ ТА ЗОВНІШНІ НАВАНТАЖЕННЯ



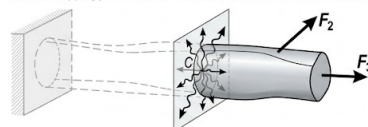
Стрижень довільної форми, зацуплений ліворуч, навантажений зовнішніми силами F_1 , F_2 , F_3 .

ФАЗА Б: УЯВНЕ РОЗРІЗАННЯ ПЛОЩИНЮ



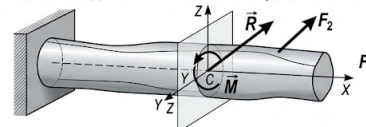
Показано уявну площину (напівпрозора сітка), що розрізає стрижень на дві частини на довільній відстані

ФАЗА В: ВІДКИДАННЯ ЛІВОЇ ЧАСТИНИ ТА ВНУТРІШНІ ЗУСИЛЛЯ



Ліва частина відкинута (показана пунктиром). Залишилася права частина з силами F_2 , F_3 . В площині розрізу з центру ваги виходять хвилясті стрілки, що символізують розподілені внутрішні зусилля

ФАЗА Г: ПРИВЕДЕННЯ ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ (ТЕОРЕМА ПУАНСО)



Хвилясті стрілки замінені головним вектором $\vec{R}$ і головним моментом $\vec{M}$ у центрі ваги перерізу (згідно з теоремою Пуансо). Показано декартову систему координат XYZ (X – уздовж осі стрижня, Y, Z – в площині перерізу)

Шість внутрішніх силових факторів (ВСФ)

Згідно з основною теоремою статки, будь-яку просторову систему сил (зокрема внутрішніх розподілених сил у площині перерізу) можна звести до заданого центру (центру ваги перерізу). В результаті зведення отримаємо головний вектор $\vec{R}$ та головний вектор-момент $\vec{M}$.

Розкладемо ці два вектори на осі декартової системи координат XYZ (де вісь X завжди спрямована вздовж поздовжньої осі стрижня, а осі Y та Z лежать у площині перерізу і є головними центральними осями інерції). Отримаємо **шість складових** — шість внутрішніх силових факторів:

1. N
(або N_x) — **Поздовжня (осьова) сила**. Проекція головного вектора на вісь X. Спричиняє деформацію центрального розтягу або стиску.
2. Q_y
— **Поперечна (перерізуюча) сила** паралельно осі Y. Проекція головного вектора на вісь Y. Спричиняє деформацію зсуву (зрізу) та поперечного згину.
3. Q_z
— **Поперечна (перерізуюча) сила** паралельно осі Z. Проекція головного вектора на вісь Z. Також спричиняє деформацію зсуву.
4. M_x
(або T) — **Крутний момент**. Проекція головного моменту на поздовжню вісь X. Спричиняє деформацію кручення вала.
5. M_y
— **Згинальний момент** відносно осі Y. Проекція головного моменту на вісь Y. Спричиняє деформацію прямого згину в площині XZ.
6. M_z

— **Згинальний момент** відносно осі Z . Проекція головного моменту на вісь Z . Спричиняє деформацію *прямого згину* в площині XY .

6. Поняття про напруження (нормальні та дотичні)

Внутрішні зусилля (наприклад, поздовжня сила N) є інтегральними, сумарними величинами. Вони показують загальну силу, що діє в перерізі, але не дають інформації про те, як саме ця сила розподілена по площі. Для оцінки міцності матеріалу в конкретній точці вводиться фундаментальне поняття **напруження**.

Напруження — це міра інтенсивності внутрішніх сил, розподілених по площі перерізу. Це внутрішня сила, що припадає на одиницю площі.

Виділимо в околиці довільної точки перерізу елементарну площадку площею ΔA . Нехай на цю площадку діє елементарна внутрішня сила ΔR . Тоді середнє напруження на цій площадці дорівнює: $p_m = \Delta R / \Delta A$. Справжнє (повне) напруження p у точці визначається як границя цього відношення при стягуванні площадки в точку:

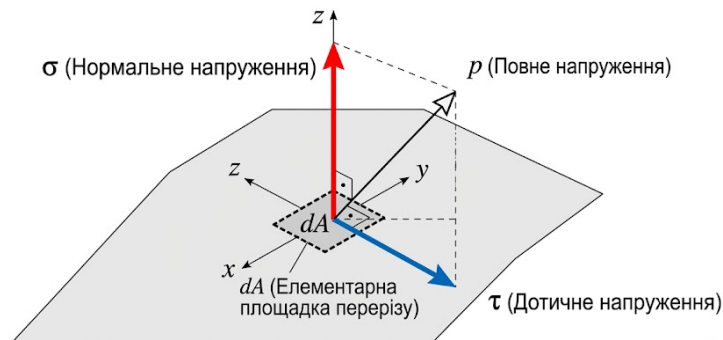
$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = \frac{dR}{dA}$$

Повне напруження p є векторною величиною. Для інженерних розрахунків його значно зручніше розкласти на дві складові (компоненти) відносно площини перерізу: **Нормальне напруження (σ , сигма)**: Проекція вектора повного напруження на нормаль (перпендикуляр) до площини перерізу. Нормальні напруження прагнуть відірвати частинки матеріалу одна від одної (при розтягу) або зблизити їх (при стиску).

Дотичне (дотичне) напруження (τ , тау): Проекція вектора повного напруження на площину перерізу. Дотичні напруження лежать у самій площині розрізу і прагнуть зсунути (зрізати) один шар матеріалу відносно іншого.

Зв'язок між повним напруженням та його компонентами визначається теоремою Піфагора (оскільки вони утворюють прямокутний трикутник): $p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$.

[ВЕКТОРНИЙ РОЗКЛАД НА ПРУЖЕННЯ]



Одиниці вимірювання напружень: Оскільки напруження — це сила, поділена на площу, в Міжнародній системі одиниць (СІ) воно вимірюється в Паскалях (Па). $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. Однак у будівельній та інженерній практиці значення напружень є дуже великими, тому використовують кратні одиниці — Мегапаскалі (МПа).

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2 = 10 \text{ кгс/см}^2.$$

Використання МПа є найзручнішим, оскільки геометричні розміри перерізів (наприклад, профілів металопрокату за ДСТУ) часто задаються в міліметрах, а сили — в Ньютонах або кілоньютонах.

Рекомендована література для поглибленого вивчення:

1. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. Розділ 1 «Вступ».
2. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Опір матеріалів та основи теорії пружності. Глава «Основні поняття та гіпотези».
3. ДБН В.1.2-14-2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЇ №2

Дисципліна: «Опір матеріалів» (ОК8)

Тема: Центральний розтяг і стиск. Поздовжні сили та нормальні напруження. Закон Гука, коефіцієнт Пуассона.

1. Центральний розтяг і стиск: базові поняття та фізична сутність

Найпростішим і найпоширенішим видом деформації елементів будівельних конструкцій є **центральный (осьовий) розтяг або стиск**. Цей вид деформації виникає тоді, коли рівнодіюча всіх зовнішніх сил, прикладених до стрижня по один бік від перерізу, збігається з його поздовжньою віссю (віссю, що проходить через центри ваги всіх поперечних перерізів). В архітектурі та будівництві на розтяг і стиск працюють колони, фундаментні палі, стійки, розтяжки, ванти підвісних мостів, а також усі стрижні плоских і просторових ферм (кроквяні ферми дахів, мостові прольоти, баштові крани). Здатність коректно розраховувати такі елементи є базовою навичкою інженера-будівельника.

Розтяг супроводжується збільшенням довжини стрижня і зменшенням його поперечних розмірів, тоді як **стиск**, навпаки, призводить до вкорочення стрижня та потовщення його перерізу. З точки зору внутрішніх силових факторів розтяг і стиск відрізняються лише знаком, тому їх вивчають спільно.

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ДЕФОРМАЦІЇ СТАЛЕВИХ СТРИЖНІВ



2. Визначення поздовжніх сил. Метод перерізів

Як ми з'ясували в попередній лекції, при центральному розтягу-стиску з шести можливих внутрішніх силових факторів у поперечному перерізі стрижня виникає лише один — **поздовжня сила N** .

Для визначення величини поздовжньої сили використовується універсальний **метод перерізів (РОЗУ)**. Якщо уявно розрізати стрижень поперечним перерізом на дві частини і відкинути одну з них, то дія відкинutoї частини на залишену буде повністю замінена внутрішньою поздовжньою силою N . Оскільки залишена частина перебуває у стані статичної рівноваги, сума проєкцій усіх сил (зовнішніх і внутрішньої N) на поздовжню вісь стрижня повинна дорівнювати нулю.

З цього випливає фундаментальне правило: *Поздовжня сила в довільному поперечному перерізі стрижня чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на поздовжню вісь усіх зовнішніх сил, прикладених до залишеної частини стрижня (по один бік від перерізу).*

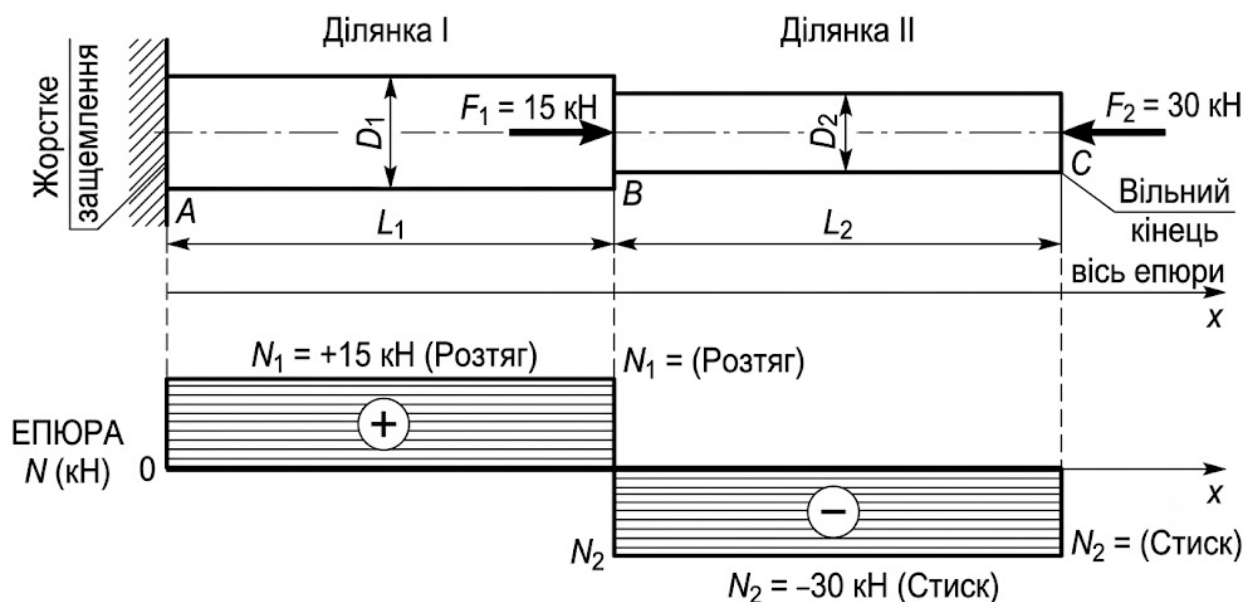
Правило знаків для поздовжньої сили N :

Поздовжня сила вважається **додатною ($N > 0$)**, якщо вона спрямована від перерізу (назовні), тобто викликає **розтяг** відсіченої частини стрижня.

Поздовжня сила вважається **від'ємною** ($N < 0$), якщо вона спрямована до перерізу (всередину), тобто викликає **стиск** відсіченої частини стрижня.

Для наочного уявлення про закон зміни внутрішніх зусиль уздовж осі стрижня будують графіки — **епюри поздовжніх сил**. Епюра дозволяє миттєво візуально ідентифікувати небезпечний переріз (переріз, у якому діє найбільша за модулем внутрішня сила).

СХЕМА ПОБУДОВИ ЕПЮРИ ПОЗДОВЖНІХ СИЛ (N) ДЛЯ СТУПІНЧАСТОГО БРУСА



3. Нормальні напруження при розтягу та стиску

Знання лише величини поздовжньої сили N недостатньо для оцінки міцності. Стрижень великого діаметра легко витримає силу в 100 кН, тоді як тонка проволочка під дією тієї ж сили миттєво розірветься.

Тому міцність визначається не силою, а інтенсивністю її розподілу по площі — **напруженням**.

Згідно з *гіпотезою плоских перерізів (гіпотезою Бернуллі)*, якщо до деформації перерізи були плоскими і перпендикулярними до осі стрижня, то і після деформації вони залишаються такими ж, переміщуючись поступально вздовж осі. З цього випливає, що всі поздовжні волокна матеріалу між двома суміжними перерізами подовжуються на однакову величину. Якщо деформації розподілені рівномірно, то, згідно з фізичними законами, і внутрішні зусилля розподіляються рівномірно по всій площі поперечного перерізу. Оскільки внутрішні сили перпендикулярні до площини перерізу, в ньому виникають виключно **нормальні напруження** σ , причому дотичні напруження відсутні ($\tau = 0$).

Величина нормального напруження в будь-якій точці поперечного перерізу при центральному розтягу-стиску визначається за формулою:

$$\sigma = N/A$$

де: σ — нормальне напруження (МПа); N — поздовжня сила в перерізі (Н або кН); A — площа поперечного перерізу (мм² або см²).

Правило знаків для напружень збігається з правилом для поздовжніх сил: розтягуючі напруження вважаються додатними ($\sigma > 0$), а стискаючі — від'ємними ($\sigma < 0$).

Важливе інженерне зауваження (Принцип Сен-Венана): Слід пам'ятати, що гіпотеза про рівномірний розподіл напружень ($\sigma = N/A$) порушується в місцях безпосереднього прикладення зосереджених сил, поблизу жорстких заземлень та в зонах різкої зміни площі перерізу (отвори, галтелі, надрізи). Згідно з принципом Сен-Венана, нерівномірність згасає на відстані, що приблизно дорівнює найбільшому поперечному розміру стрижня.

На цій відстані і далі напруження знову стають рівномірними.

4. Деформації при розтягу-стиску. Абсолютні та відносні величини

Кількісна оцінка зміни геометричних розмірів стрижня є критично важливою для розрахунків на жорсткість. Розглянемо стрижень початковою довжиною L . Після прикладення розтягуючої сили його довжина стає рівною $L_{\{1\}}$.

Абсолютне видовження (або вкорочення) ΔL — це різниця між кінцевою та початковою довжиною стрижня:

$$\Delta L = L_{\{1\}} - L$$

Абсолютне видовження вимірюється в міліметрах (мм) або сантиметрах (см).

Однак абсолютне видовження не дає об'єктивної картини того, наскільки сильно деформований матеріал. Наприклад, видовження на 1 мм для стрижня довжиною 1 метр є нормою, тоді як для стрижня довжиною 10 мм це означає колосальну деформацію. Тому в інженерній практиці використовують безрозмірну величину — відносну деформацію.

Відносна поздовжня деформація ε (епсилон) — це відношення абсолютного видовження стрижня до його початкової довжини:

$$\varepsilon = \Delta L / L$$

Відносна деформація ε є безрозмірною величиною. Вона характеризує ступінь деформованості самого матеріалу, незалежно від початкових розмірів конструкції.

5. Закон Гука при розтягу і стиску. Модуль пружності

У 1660 році англійський фізик Роберт Гук (Robert Hooke) експериментально встановив фундаментальний закон, який лежить в основі всієї теорії пружності та опору матеріалів.

Закон Гука (у відносних величинах): *У межах пружних деформацій нормальне напруження прямо пропорційне відносній поздовжній деформації.*

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

Коефіцієнт пропорційності E у цій формулі є найважливішою механічною характеристикою матеріалу. Він називається **модулем поздовжньої пружності** або **модулем Юнга**.

Фізичний зміст модуля пружності E

Якщо у формулу закону Гука умовно підставити $\varepsilon = 1$ (що означає абсолютне видовження стрижня на величину, рівну його початковій довжині, тобто $\Delta L = L$), то отримаємо $\sigma = E$.

Таким чином, **модуль пружності E фізично являє собою таке умовне напруження, яке виникло б у стрижні при збільшенні його довжини вдвічі, якби матеріал при цьому зберігав свої ідеально пружні властивості і не руйнувався.**

Оскільки жоден реальний будівельний матеріал (сталь, бетон, дерево) не витримає пружного подовження в 2 рази, модуль E є величиною суто теоретичною. Проте він ідеально характеризує **жорсткість матеріалу** — його здатність опиратися пружним деформаціям. Чим більший модуль пружності, тим менше матеріал деформується під дією однакового напруження. Модуль вимірюється в МПа (або ГПа).

Довідкові значення: Для будівельної сталі $E \approx 2.0 \times 10^5$ МПа; для бетону (залежно від класу) $E \approx (2...4) \times 10^4$ МПа; для деревини вздовж волокон $E \approx 1.0 \times 10^4$ МПа.

Закон Гука для абсолютних деформацій (Формула Гука) Якщо підставити у формулу $\sigma = E \times \varepsilon$ розгорнуті значення $\sigma = N/A$ та $\varepsilon = \Delta L/L$, то отримаємо:

$$N/A = E \times \Delta L/L$$

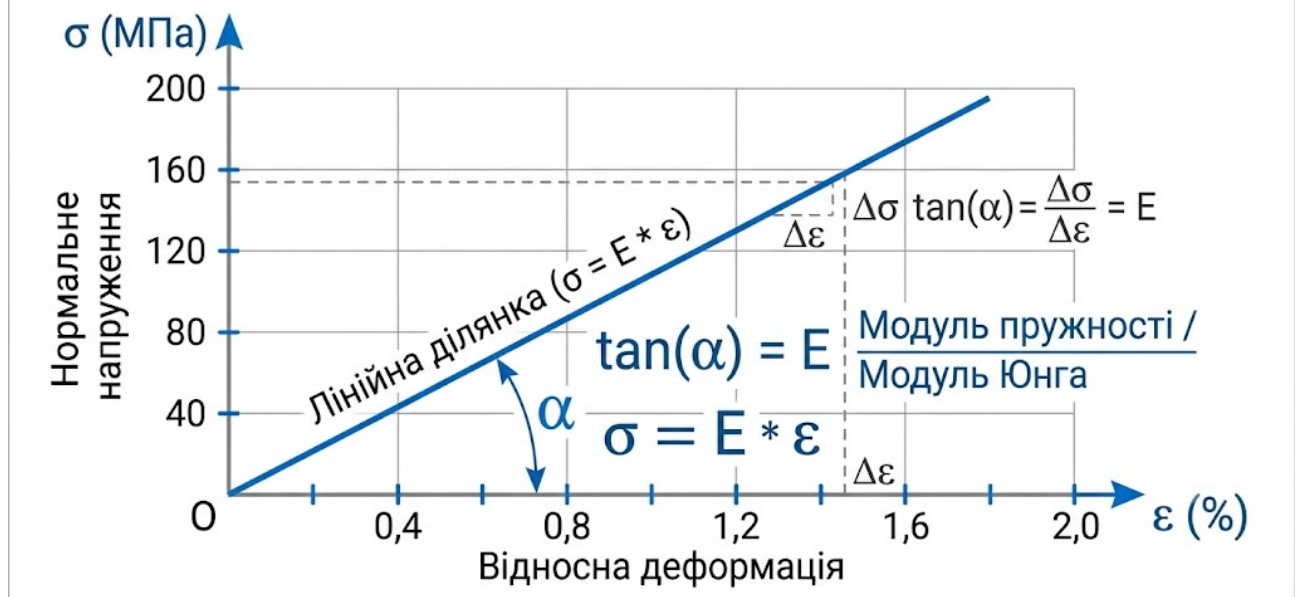
Звідси легко виразити величину абсолютного видовження стрижня:

$$\Delta L = (N \times L) / (E \times A)$$

Ця формула є основним інструментом для розрахунків елементів конструкцій на жорсткість. З неї видно, що видовження стрижня прямо пропорційне внутрішній силі N та його довжині L , і обернено пропорційне площі перерізу A та модулю пружності E .

Добуток $E \times A$ у знаменнику називається **жорсткістю перерізу при розтягу-стиску**. Ця інтегральна характеристика показує, яке зусилля необхідно прикласти до перерізу, щоб викликати відносну деформацію, рівну одиниці.

ГРАФІК ЗАКОНУ ГУКА: НАПРУЖЕННЯ - ДЕФОРМАЦІЯ



6. Поперечна деформація. Коефіцієнт Пуассона

Досліди показують, що при розтягу стрижня подовжується його поздовжня вісь, але при цьому його поперечні розміри зменшуються (стрижень стає тоншим). При стиску відбувається зворотний процес — вкорочення супроводжується потовщенням стрижня. Це явище називається поперечною деформацією.

Нехай початковий поперечний розмір (наприклад, діаметр) стрижня дорівнює d . Після деформації він стає рівним $d_{\{1\}}$.

Абсолютна поперечна деформація: $\Delta d = d_{\{1\}} - d$.

Відносна поперечна деформація ε' :

$$\varepsilon' = \Delta d / d$$

У 1827 році французький фізик і математик Сімеон Дені Пуассон довів, що в межах дії закону Гука відношення відносної поперечної деформації до відносної поздовжньої деформації є величиною сталою для кожного конкретного матеріалу. Ця константа отримала назву **коефіцієнт Пуассона** (або коефіцієнт поперечної деформації) і позначається грецькою літерою ν (ню) або μ (мю).

$$\nu = -(\varepsilon' / \varepsilon)$$

Знак мінус у формулі обумовлений тим, що поздовжня і поперечна деформації завжди мають протилежні знаки (якщо довжина збільшується, то товщина обов'язково зменшується). Тому сам коефіцієнт Пуассона завжди є додатною безрозмірною величиною.

Коефіцієнт Пуассона ν є другою (після модуля пружності E) найважливішою пружною характеристикою ізотропного матеріалу.

Довідкові значення: Теоретичні межі коефіцієнта Пуассона для ізотропних матеріалів знаходяться в діапазоні від 0 до 0.5.

Для корка $\nu \approx 0$ (при стиску він майже не розширюється в боки).

Для гуми і парафіну $\nu \approx 0.5$ (матеріал вважається нестисливим, його об'єм при деформації не змінюється).

Для більшості будівельних металів (сталь, чавун, алюміній) коефіцієнт Пуассона лежить у межах $\nu = 0.25 \dots$

0.33. Для бетону $\nu \approx 0.15 \dots 0.20$.

Зв'язок між трьома пружними константами ізотропного матеріалу (модулем поздовжньої пружності E , модулем зсуву G та коефіцієнтом Пуассона ν) виражається фундаментальною формулою:

$$G = E / (2 \times (1 + \nu))$$

Це рівняння доводить, що для повного опису пружних властивостей будь-якого однорідного ізотропного будівельного матеріалу достатньо знати лише дві незалежні константи (як правило, це E та ν).

Документ містить ознайомчий фрагмент (стор. 1–10). Повна версія доступна в електронній бібліотеці закладу після входу в особистий кабінет студента.