



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Заступник директора з навчально-методичної роботи  
ЗНП «Дніпровський професійний технологічний  
коледж»

Сергій ГОРДІЄНКО

28 серпня 2026 р.

## **МЕТОДИЧНІ РОЗРОБКИ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

Навчальна дисципліна: «Технічна механіка ОК 9» Змістовий модуль 1: Теоретична механіка  
(Статика, Кінематика, Динаміка).

Обсяг: 2 академічні години (1 пара).

Цільова аудиторія: Здобувачі фахової передвищої освіти I курсу, ОПП «Зварювальне виробництво» (спеціальність G9 Прикладна механіка).

**ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ №1.** Тема: Аналітичні та геометричні умови рівноваги.

Визначення опорних реакцій жорстких зварних балок і рам при дії довільної плоскої системи сил.

**МЕТОДОЛОГІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ТА ЦІЛІ ЗАНЯТТЯ** Практичне заняття №1 є фундаментальним етапом у формуванні інженерно-аналітичного світогляду майбутнього фахівця зі зварювального виробництва. Будь-який проєктувальний або перевірочний розрахунок реальних металоконструкцій (наприклад, опорних рам для зварювальних автоматів, мостових кранів на підприємствах ТОВ «Інтерпайп» чи ТОВ «ДАЗ») починається з визначення реакцій опор. Без точного знання зовнішніх реактивних зусиль неможливо визначити внутрішні силові фактори і, відповідно, розрахувати зварні шви на міцність.

Цілі заняття:

- Когнітивні: Опанувати метод ідеалізації конструкцій (побудову розрахункових схем), засвоїти принцип звільнення від в'язей та алгоритм складання рівнянь статички для плоскої довільної системи сил.
  - Праксеологічні: Сформувати стійкі навички аналітичного визначення реакцій шарнірно-рухомих, шарнірно-нерухомих опор та жорстких защемлень.
  - Соціально-адаптаційні (Trauma-Informed Approach): Створити психологічно безпечне середовище толерантності до помилок. Обчислювальна похибка на етапі навчання розглядається не як провал, а як природний крок до набуття майстерності. Розрахунки фокусуються на превентивному забезпеченні абсолютної надійності та безпеки експлуатації конструкцій[cite: 3].
2. **ТЕОРЕТИЧНИЙ МІНІМУМ (АКТУАЛІЗАЦІЯ ЗНАНЬ)** Зварні балки та рами в машинобудуванні переважно перебувають у стані статичного спокою під дією заданих (активних) навантажень та реакцій опор. Для плоскої довільної системи сил (усі сили лежать в одній площині (Оху)) аналітичні умови рівноваги вимагають, щоб алгебраїчна сума проєкцій усіх сил на осі координат (х) та (у), а також сума їх моментів відносно будь-якої точки (полюса) дорівнювали нулю[cite: 3].

Основна система рівнянь статички:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

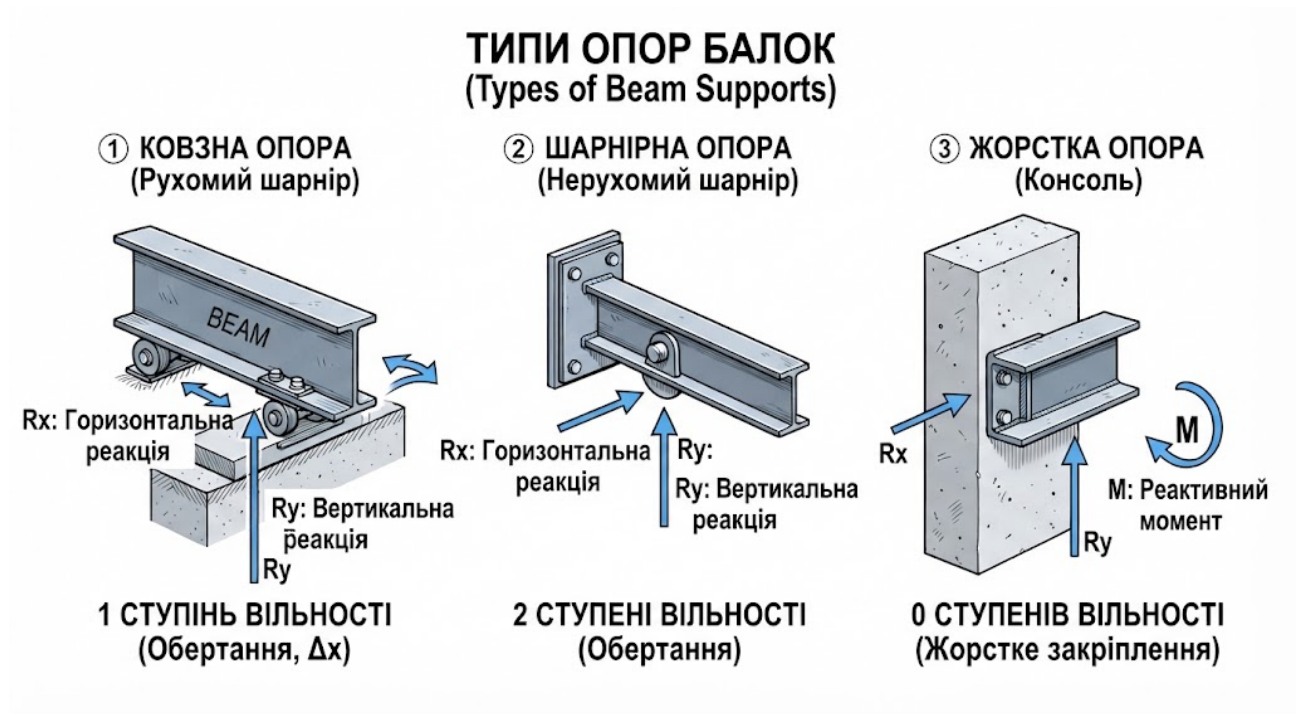
$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0$$

Типи опор та їх реакції (застосування принципу звільнення від в'язей):

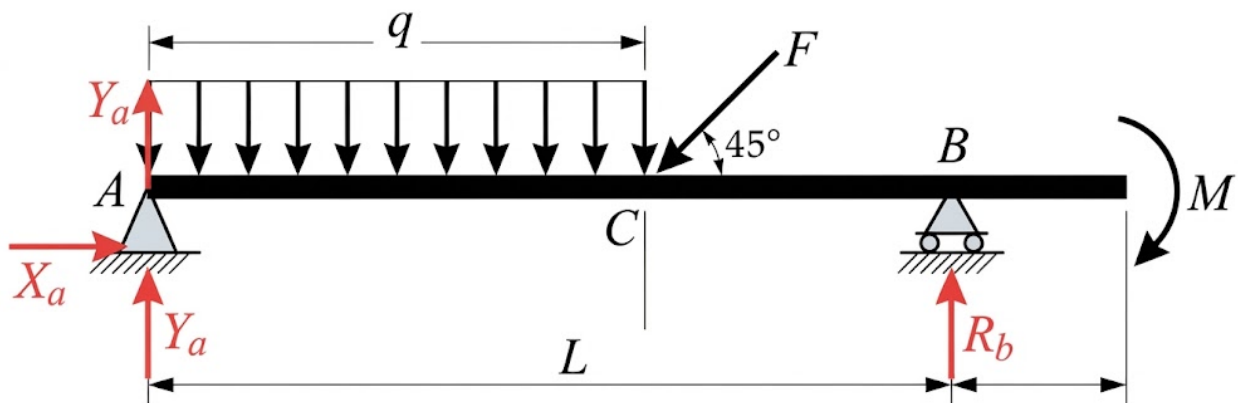
Шарнірно-рухома опора (каткова): обмежує переміщення лише перпендикулярно до опорної площини. Має одну невідому реакцію  $R_y$ , спрямовану по нормалі.

Шарнірно-нерухома опора: обмежує будь-які лінійні переміщення в площині, але дозволяє поворот. Має дві невідомі складові реакції:  $X_A$  та  $Y_A$ .

Жорстке заземлення (зварний консольний вузол): повністю обмежує всі рухи. Має три невідомі: реакції  $X_A$ ,  $Y_A$  та реактивний опорний момент  $M_A$ .



**АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ (GUIDELINE)** Для уникнення хаотичних обчислень та мінімізації похибок під час самостійної роботи, здобувачам пропонується жорсткий евристичний алгоритм: Крок 1. Вибрати об'єкт рівноваги (балку чи раму). Крок 2. Зобразити активні навантаження. Розподілене навантаження  $q$  (кН/м) замінити зосередженою рівнодійною силою  $Q=q \cdot L$ , прикладеною в центрі ваги епюри навантаження (для прямокутника — посередині ділянки). Сили, прикладені під кутом, розкласти на вертикальну та горизонтальну складові:  $F_x = F \cdot \cos(\alpha)$ ,  $F_y = F \cdot \sin(\alpha)$ . Крок 3. Застосувати принцип звільнення від в'язей: відкинути опори та замінити їх відповідними векторами реакцій, спрямувавши їх у довільному (припущеному) додатному напрямку. Крок 4. Скласти три рівняння рівноваги. Рекомендується починати з рівняння моментів відносно тієї опори, де перетинаються лінії дії найбільшої кількості невідомих сил (це відразу дозволить знайти одну невідому). Крок 5. Розв'язати систему алгебраїчних рівнянь. Якщо отримана реакція має знак «мінус», це означає, що її дійсний напрямок протилежний тому, що був вказаний на розрахунковій схемі. Крок 6. Виконати обов'язкову перевірку, склавши рівняння моментів відносно іншої точки конструкції (наприклад, другої опори).



**МАЙСТЕР-КЛАС: ДЕТАЛЬНИЙ РОЗБІР ІНЖЕНЕРНОГО КЕЙСА** Умова задачі:

Горизонтальна зварна балка АС довжиною 6 метрів спирається на шарнірно-нерухому опору А (зліва) та шарнірно-рухому опору В, розташовану на відстані 4 м від А. Ділянка ВС (довжиною 2 м) є консольним звисом. На балку діють:

рівномірно розподілене навантаження  $q=10$  кН/м на ділянці від  $x=0$  до  $x=2$  м.

зосереджена сила  $F=20$  кН, прикладена під кутом  $\alpha=30^\circ$  до осі балки в точці  $x=3$  м.

зосереджений згинальний момент  $M=15$  кНм, прикладений на вільному кінці в точці С ( $x=6$  м). Необхідно визначити реакції опор А і В.

Розв'язання крок за кроком:

Заміна розподіленого навантаження: Рівнодійна  $Q=q \cdot 2=10 \cdot 2=20$  кН. Прикладаємо її посередині зони дії, тобто на відстані 1 м від точки А.

Проекції похилої сили  $F$ :

$$F_x = F \cdot \cos(30^\circ) = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 17.32 \text{ кН}$$

$$F_y = F \cdot \sin(30^\circ) = 20 \cdot 0.5 = 10 \text{ кН}$$

1. Реакції опор: В точці  $A$  виникають  $X_A$  (направляємо вправо) та  $Y_A$  (направляємо вгору). В точці  $B$  виникає  $R_B$  (направляємо вгору).

2. Складання рівнянь рівноваги:

Рівняння проекцій на вісь  $X$ :

$$\sum X = 0 \Rightarrow X_A - F_x = 0$$

$$X_A = 17.32 \text{ кН}$$

Рівняння моментів відносно точки  $A$  (полюс  $A$  знищує моменти від сил  $X_A$  та  $Y_A$ ):

$$\sum M_A = 0$$

$$-Q \cdot 1 - F_y \cdot 3 + R_B \cdot 4 - M = 0$$

Зверніть увагу на знаки: сили  $Q$  та  $F_y$  крутять балку відносно точки  $A$  за годинниковою стрілкою (мінус). Реакція  $R_B$  — проти годинникової стрілки (плюс). Момент  $M$  діє за годинниковою стрілкою (мінус).

$$-20 \cdot 1 - 10 \cdot 3 + 4 \cdot R_B - 15 = 0$$

$$-20 - 30 - 15 + 4 \cdot R_B = 0$$

$$4 \cdot R_B = 65 \Rightarrow R_B = 16.25 \text{ кН}$$

Рівняння проєкцій на вісь  $Y$ :

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Y_A - Q - F_y + R_B = 0$$

$$Y_A - 20 - 10 + 16.25 = 0$$

$$Y_A = 30 - 16.25 = 13.75 \text{ кН}$$

1. Перевірка правильності розрахунків:  
Складемо рівняння моментів відносно опори  $B$ :

$$\sum M_B = -Y_A \cdot 4 + Q \cdot 3 + F_y \cdot 1 - M$$

Підставляємо знайдені значення:

$$\sum M_B = -13.75 \cdot 4 + 20 \cdot 3 + 10 \cdot 1 - 15 = -55 + 60 + 10 - 15 = 0$$

Оскільки сума моментів дорівнює нулю ( $0=0$ ), реакції опор визначені абсолютно правильно. Балка перебуває у стані статичної рівноваги.

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ (ІНДИВІДУАЛЬНІ КЕЙСИ)** Слухачам пропонується виконати розрахунок індивідуальної зварної рами, що є частиною першої розрахунково-графічної роботи (РГР №1). Технічне завдання:

Зобразити розрахункову схему жорсткої зварної Г-подібної рами в масштабі згідно з вашим індивідуальним варіантом.

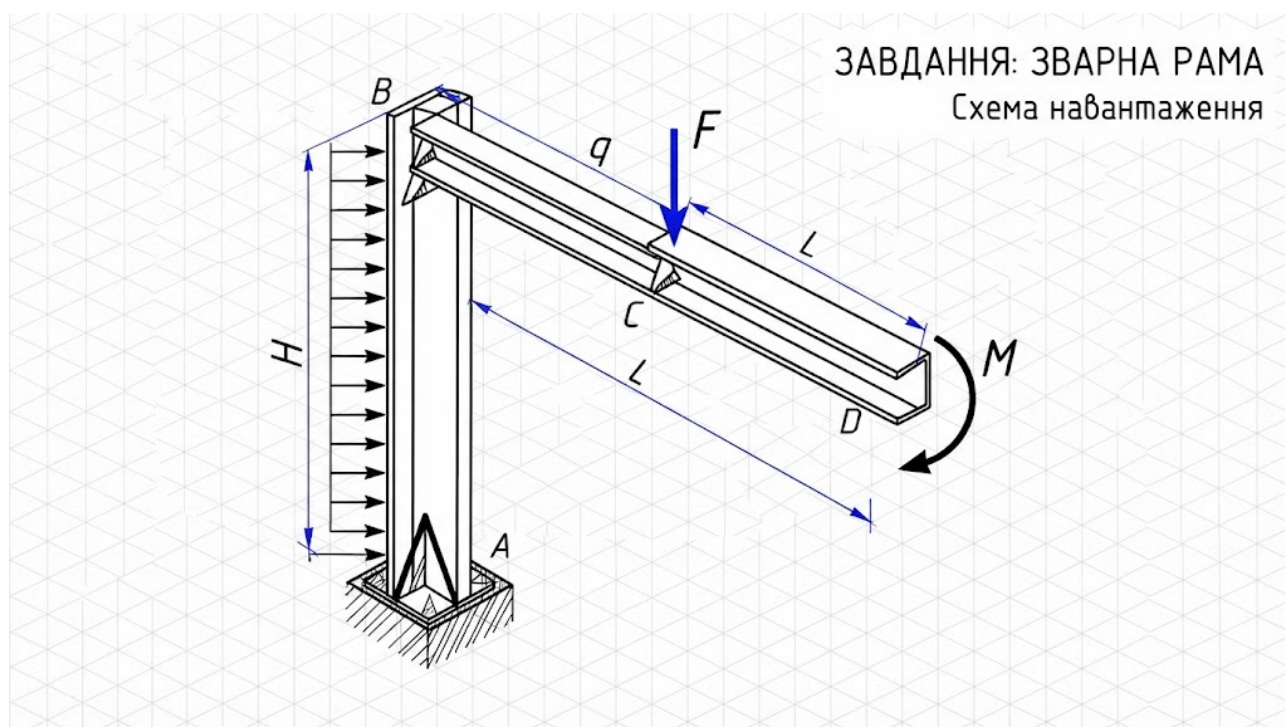
Встановити тип опорних пристроїв та графічно показати вектори опорних реакцій.

Розкласти всі похилі активні сили на вертикальні та горизонтальні складові.

Скласти три аналітичні рівняння рівноваги (забезпечивши раціональний вибір полюсів для рівнянь моментів).

Визначити числові значення опорних реакцій.

В обов'язковому порядку виконати математичну перевірку розв'язку (верифікацію) за допомогою складання рівняння моментів відносно додаткової точки, яка не використовувалася в попередніх обчисленнях.



## 1. МЕТОДОЛОГІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ТА ЦІЛІ ЗАНЯТТЯ

У сучасному зварювальному виробництві та промисловому будівництві плоскі ферми є одними з найпоширеніших несучих конструкцій. Вони застосовуються для перекриття великих прольотів цехів, побудови мостових і баштових кранів, щогликових споруд та естакад. Ферма — це жорсткий каркас, утворений зі прямолінійних стрижнів (зварних кутників, труб або швелерів), з'єднаних у вузлах.

Головною перевагою ферм є їхня економічність: при правильному проектуванні та навантаженні виключно у вузлах стрижні ферми працюють **ТІЛЬКИ** на центральний розтяг або стиск, що дозволяє максимально ефективно використовувати механічні властивості сталі[cite: 3]. Відповідно до концепції педагогіки, обізнаної з травмою (Trauma-Informed Approach), розрахунок зусиль у фермах розглядається як інструмент превентивного запобігання втраті стійкості (випинанню) стиснутих елементів конструкції та гарантування абсолютної безпеки на виробництві[cite: 3].

### Цілі заняття:

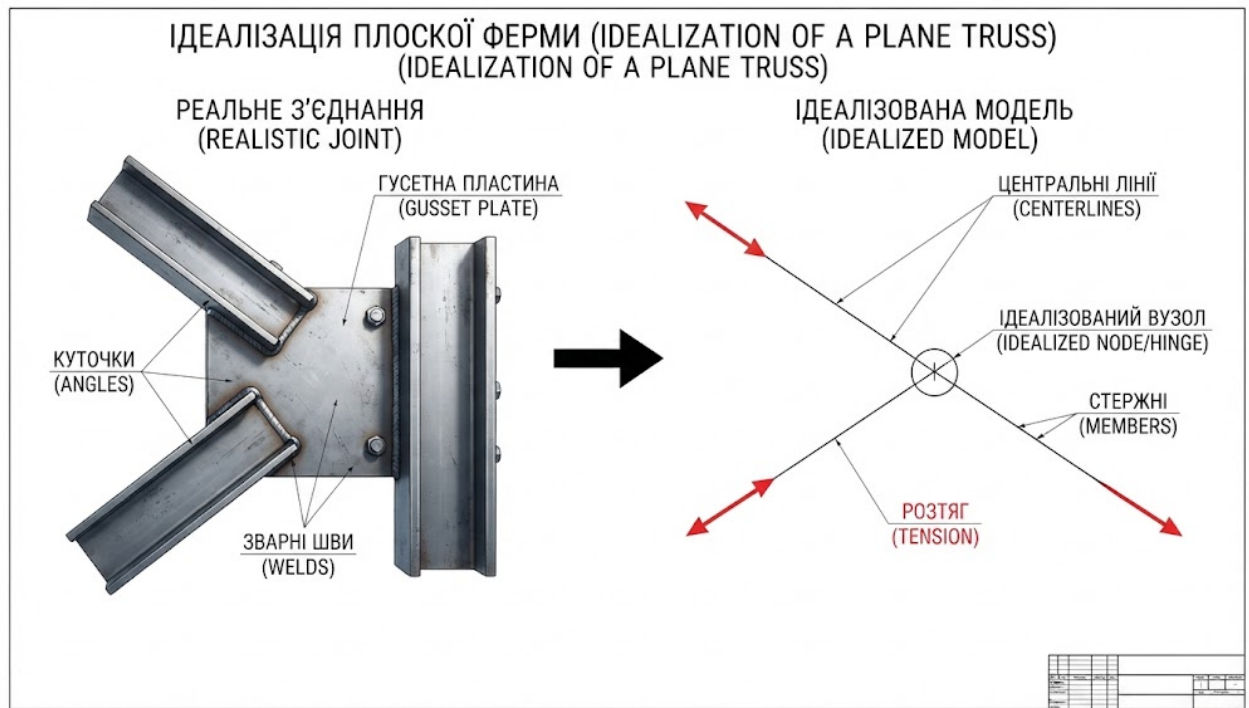
- Опанувати алгоритми аналітичного визначення зусиль у стрижнях за допомогою двох фундаментальних методів: вирізання вузлів та перерізів Ріттера[cite: 3].
- Навчитися візуально визначати нульові стрижні («леми про нульові стрижні») для оптимізації розрахункового часу[cite: 3].
- Сформувані інженерні навички ідеалізації реальних зварних вузлів до розрахункових шарнірних схем.

## 2. ТЕОРЕТИЧНИЙ МІНІМУМ ТА ІДЕАЛІЗАЦІЯ ФЕРМИ

Для того, щоб перевести реальну конструкцію зі зварними фасонками в площину математичних рівнянь, теоретична механіка вводить три ідеалізуючі допущення:

1. Вузли ферми вважаються ідеальними шарнірами (тертя відсутнє).
2. Зовнішні навантаження (активні сили) прикладаються виключно у вузлах ферми.
3. Вагою самих стрижнів нехтують (або розподіляють її по суміжних вузлах).

За таких умов згинальні моменти та поперечні сили в стрижнях дорівнюють нулю ( $M=0$ ), ( $Q=0$ )), а виникають лише поздовжні зусилля ( $N$ ). *Правило знаків:* При розрахунках невідоме зусилля в стрижні **ЗАВЖДИ** спрямовують **ВІД ВУЗЛА** (припускаючи, що стрижень працює на розтяг). Якщо після розв'язання рівняння отримуємо значення з плюсом ( $+$ )), стрижень дійсно розтягнутий. Якщо з мінусом ( $-$ )) — стрижень стиснутий.



### 3. ЛЕМИ ПРО НУЛЬОВІ СТРИЖНІ

Перед початком складних розрахунків необхідно «очистити» схему, виявивши стрижні, зусилля в яких дорівнюють нулю. Вони необхідні конструкції лише для забезпечення геометричної незмінності.

- **Лема 1:** Якщо в ненавантаженому вузлі сходяться лише ДВА стрижні (що не лежать на одній прямій), зусилля в обох стрижнях дорівнюють нулю ( $(N_1 = 0)$ ,  $(N_2 = 0)$ ).
- **Лема 2:** Якщо в ненавантаженому вузлі сходяться ТРИ стрижні, два з яких лежать на одній прямій, зусилля в третьому стрижні дорівнює нулю ( $(N_3 = 0)$ ).
- **Лема 3:** Якщо у вузлі сходяться ДВА стрижні і по осі одного з них діє зовнішня сила ( $\text{вес}\{F\}$ ), то зусилля в цьому стрижні дорівнює прикладеній силі ( $(N_1 = F)$ ), а зусилля в іншому дорівнює нулю ( $(N_2 = 0)$ ).

### 4. МЕТОД ВИРІЗАННЯ ВУЗЛІВ

Цей метод є раціональним, якщо необхідно знайти зусилля У ВСІХ стрижнях ферми (наприклад, для повного проєктувального розрахунку).

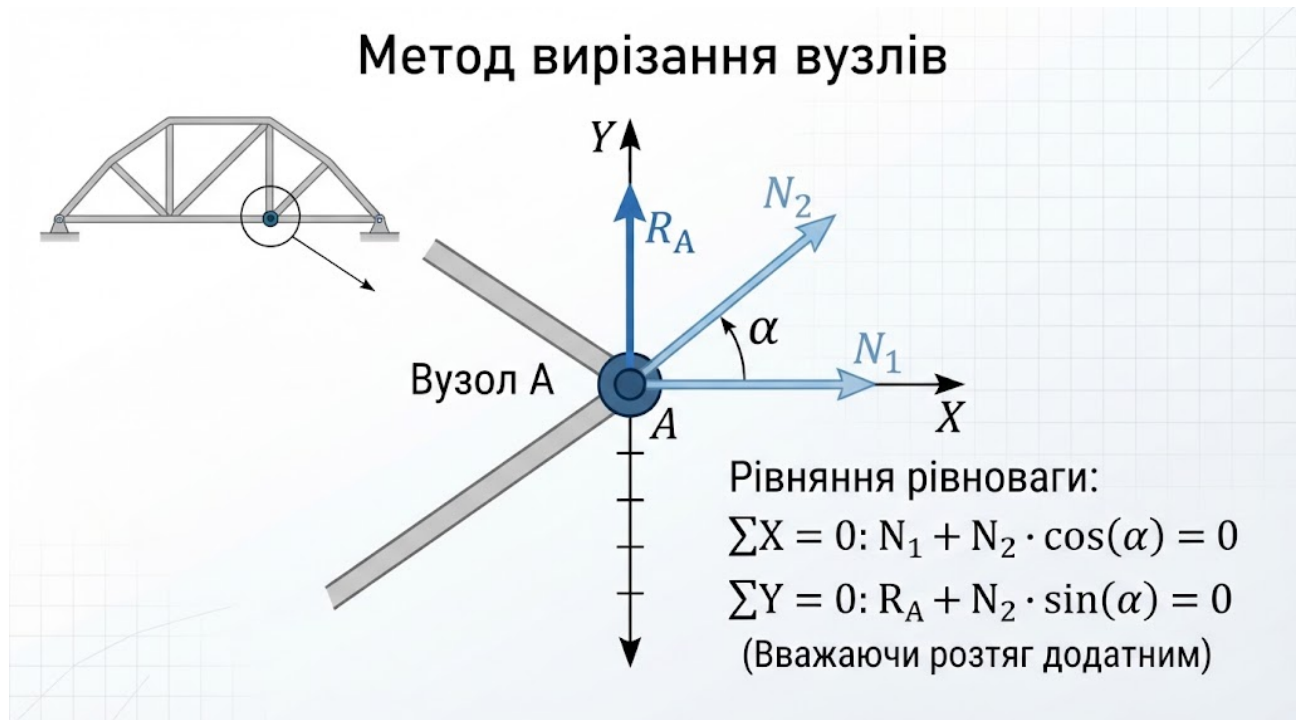
**Алгоритм (Guideline):**

1. Знайти опорні реакції всієї ферми в цілому (склавши три рівняння рівноваги ( $\sum X=0$ ), ( $\sum Y=0$ ), ( $\sum M=0$ )).
2. Вибрати вузол, у якому сходяться не більше ДВОХ стрижнів з невідомими зусиллями (зазвичай це крайній опорний вузол).
3. Подумки «вирізати» цей вузол і зобразити його окремо. Прикласти до нього всі активні зовнішні сили, реакції опор (якщо є) і направити від вузла вздовж відкинутих стрижнів невідомі зусилля ( $N_i$ ).
4. Оскільки сили перетинаються в одній точці, вони утворюють плоску збіжну систему сил. Скласти для неї два рівняння рівноваги:

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

Розв'язати систему і знайти зусилля. Переходити до наступного вузла, де залишилося не більше двох невідомих.



5. МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ (СПОСІБ РІТТЕРА) Цей метод є найбільш раціональним, якщо потрібно визначити зусилля лише в **ОКРЕМИХ** стрижнях (наприклад, перевірити найзавантаженішу панель нижнього пояса).

Алгоритм (Guideline):

Визначити опорні реакції ферми.

Провести уявний переріз, який розділяє ферму на дві частини. Переріз має проходити ТАК, щоб розрізати стрижні, зусилля в яких ми шукаємо. Важливо: переріз повинен розрізати не більше **ТРЬОХ** стрижнів з невідомими зусиллями.

Відкинути одну частину ферми (зазвичай ту, на яку діє більше зовнішніх сил).

Дію відкинutoї частини на залишену замінити невідомими зусиллями  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , спрямувавши їх від перерізу (назовні).

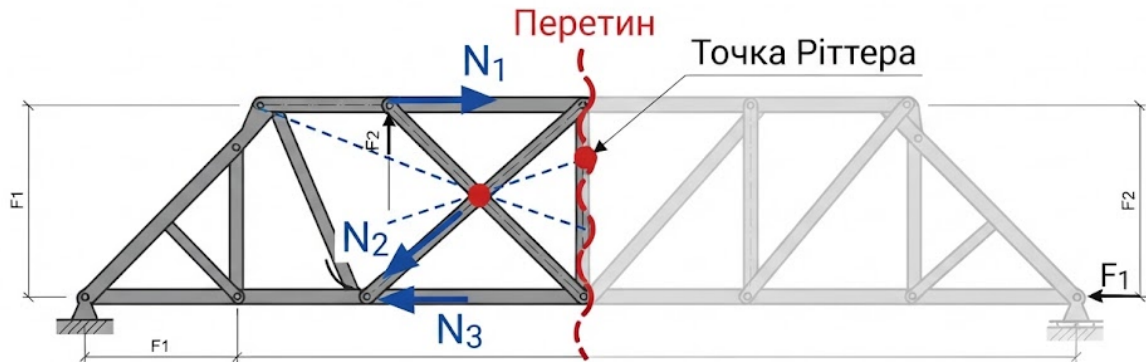
Скласти рівняння моментів відносно точок Ріттера. Точка Ріттера — це точка перетину ліній дії **ДВОХ** розрізаних стрижнів. Моменти від цих двох невідомих зусиль відносно точки їх перетину дорівнюють нулю (оскільки їх плечі дорівнюють нулю).

Рівняння рівноваги для третього невідомого зусилля (наприклад,  $N_3$ ) матиме вигляд:

$$\sum M_{Ritter}(F_i) = 0$$

Повторити процес для інших розрізаних стрижнів, щоразу обираючи нову точку Ріттера.

## МЕТОД РІТТЕРА (RITTER'S METHOD OF SECTIONS)



Рівняння рівноваги (Equilibrium Equations):

$$1. \sum M_{Ritter} = 0:$$

$$2. \sum F_x = 0:$$

$$3. \sum F_y = 0:$$

$$\sum M_{Ritter} = F1 * d1 - N3 * d3 = 0 \quad \sum F_x = N1 * \cos(\alpha) + N2 * \cos(\beta) - N3 = 0$$

$$\sum F_y = F1 + N2 * \sin(\beta) = 0$$

**МАЙСТЕР-КЛАС: РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНЖЕНЕРНОГО КЕЙСА** Умова: Задано плоску ферму, що складається з двох трикутних панелей (трикутники рівносторонні, довжина сторони  $a=2$  м). Опора А (зліва) — шарнірно-нерухома, опора В (справа) — шарнірно-рухома. У верхньому вузлі С (над опорою А) діє горизонтальна сила  $F_1 = 10$  кН (вправо). У верхньому вузлі D діє вертикальна сила  $F_2 = 20$  кН (вниз). Завдання: Визначити зусилля в розкосі CD та стрижні нижнього пояса АВ.

Крок 1. Визначення реакцій опор: Складаємо рівняння рівноваги для всієї ферми:

Документ містить ознайомчий фрагмент (стор. 1–10). Повна версія доступна в електронній бібліотеці закладу після входу в особистий кабінет студента