



ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з навчально-методичної роботи
ЗНО Дніпровський професійний технологічний
коледж

Сергій ГОРДІЄНКО

28 серпня 2026 р.

МЕТОДИЧНІ РОЗРОБКИ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Дисципліна: «Теоретична механіка» (ОК7)

Спеціальність: 192 «Будівництво та цивільна інженерія» Освітньо- професійний ступінь:

Фаховий молодший бакалавр

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ №1

Тема: Ідентифікація опор та побудова розрахункових схем.

Тривалість заняття: 2 академічні години (1 пара).

1. Мета та завдання практичного заняття

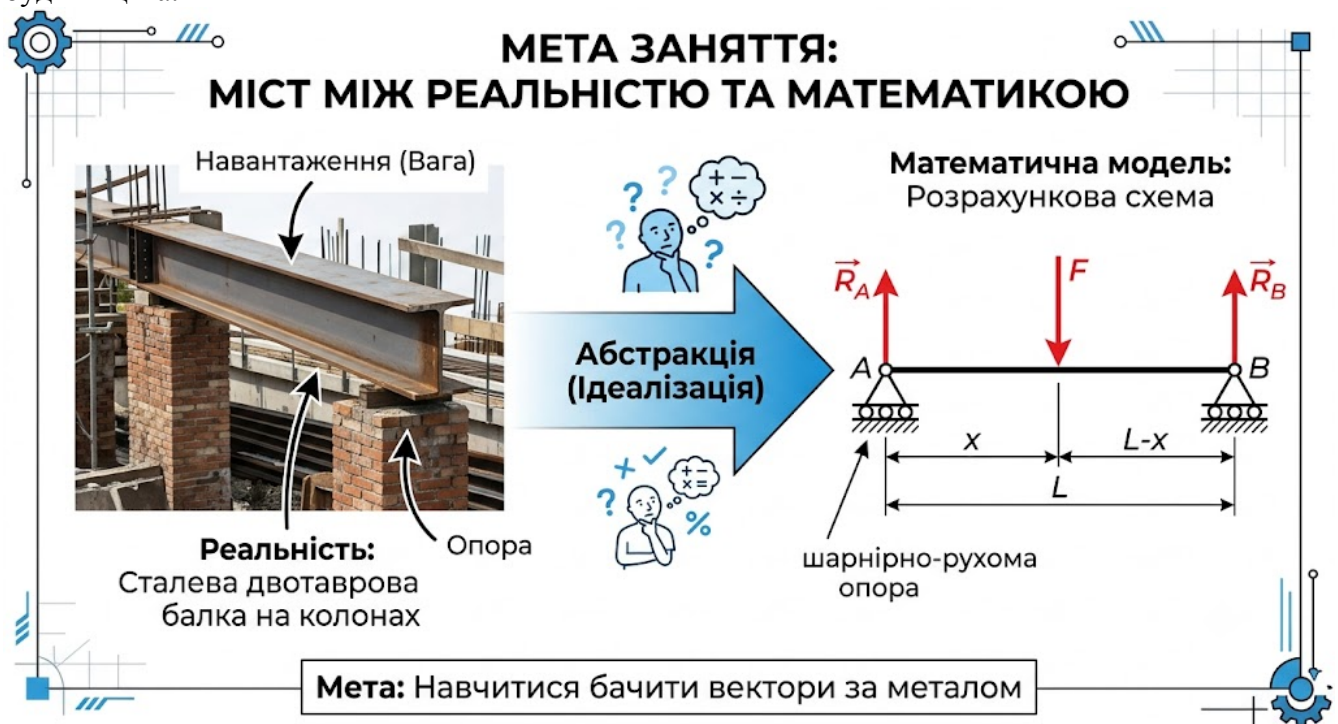
Дидактична мета: Набуття здобувачами фахової передвищої освіти твердих практичних навичок переходу від реальних будівельних об'єктів та інженерних креслень до ідеалізованих математичних розрахункових схем. Формування здатності класифікувати будівельні в'язі (опори) та здійснювати коректну заміну їхньої механічної дії відповідними векторами реакцій і реактивними моментами.

Компетентності, що формуються: ЗК 3: Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (через процес наукової абстракції реальних конструкцій).

СК 2: Здатність читати та виконувати креслення, аналізувати структурну схему будівель, знати роботу окремих типових елементів конструкцій та їх взаємодію.

СК 4: Здатність визначати навантаження, що діють на конструкції будівель або спеціальних інженерних споруд.

Програмний результат навчання: РН 11. Застосовувати у професійній діяльності типові алгоритми розрахунків та правила конструювання конструктивних елементів об'єктів будівництва.



Мета: Навчитися бачити вектори за металом

2. Короткий теоретичний мінімум (Актуалізація знань)

Будь-яка будівельна конструкція (балка, колона, ферма) є **невільним твердим тілом**, рух якого в просторі обмежений взаємодією з іншими тілами (фундаментами, стінами, суміжними елементами). Ці обмежуючі тіла називаються **в'язями**.

Основний інструмент інженера-розрахункового — **Аксіома звільнення від в'язей**: *будь-яке невільне тіло можна розглядати як вільне, якщо подумки відкинути всі в'язі, замінивши їхню механічну дію відповідними реактивними силами (реакціями)*.

Головне евристичне правило: Реакція опори завжди спрямована протилежно тому напрямку, в якому ця опора перешкоджає можливому переміщенню конструкції.

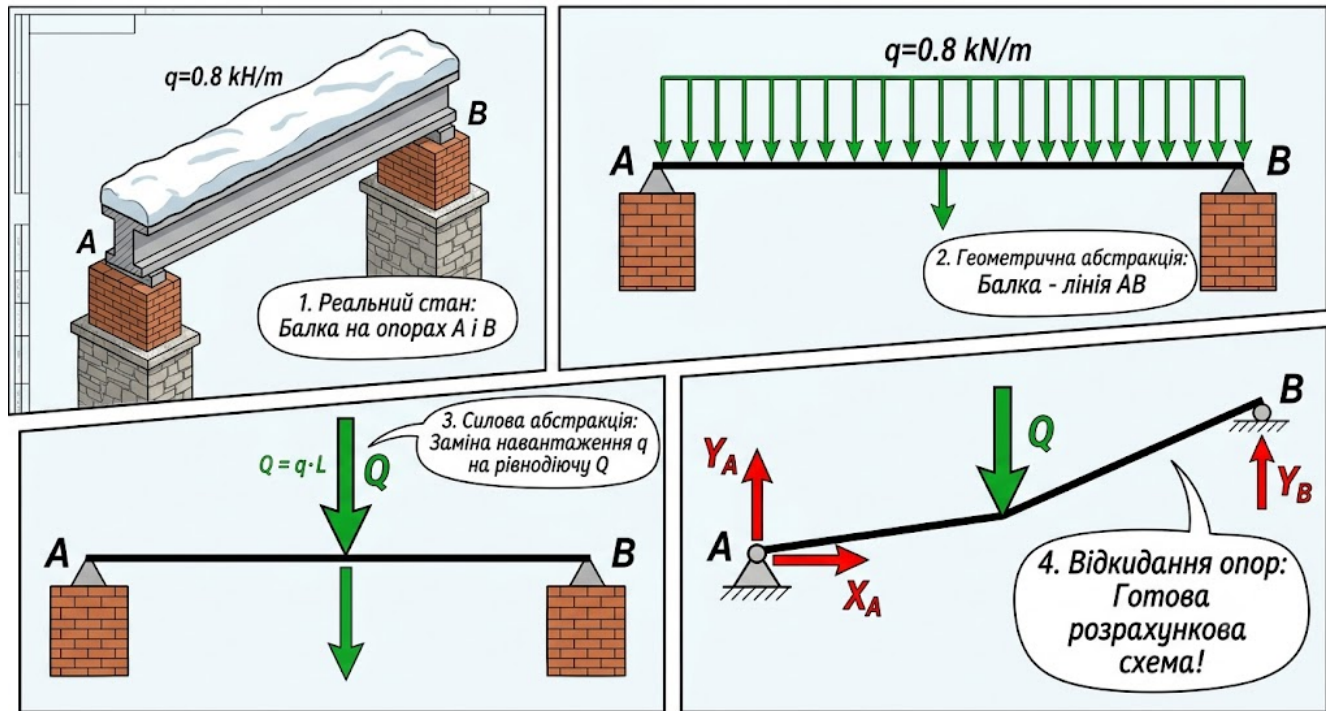
Типологія будівельних опор та їхні реакції

Тип в'язі (Опори)	Механічне обмеження (Що забороняє)	Реакція (Силові фактори)
Гнучка нитка (трос, ванта)	Забороняє віддалення від точки підвісу (забороняє розтягнення).	Одна сила T , спрямована вздовж осі нитки <i>від</i> тіла.
Гладка поверхня	Забороняє проникнення тіла вглиб поверхні.	Одна сила N , спрямована по нормалі (перпендикуляру) до поверхні <i>від</i> неї.
Шарнірно-рухома опора (коток)	Дозволяє поворот і лінійний зсув уздовж поверхні. Забороняє рух перпендикулярно поверхні.	Одна сила R_y (або RA), спрямована перпендикулярно до опорної площини кочення.
Шарнірно-нерухома опора	Дозволяє лише поворот (обертання навколо осі шарніра). Забороняє будь-який лінійний зсув у площині.	Дві невідомі ортогональні складові: сила R_x та сила R_y . Сумарний вектор $R = \sqrt{(R_x^2 + R_y^2)}$.
Жорстке защемлення (анкер)	Забороняє всі переміщення: зсуви по осях X та Y , а також забороняє поворот.	Дві складові сили R_x , R_y та реактивний момент защемлення MA .

3. Алгоритм побудови розрахункової схеми

Для формування професійного аналітичного мислення здобувач повинен суворо дотримуватися наступного алгоритму під час виконання завдань:

- Ідентифікація об'єкта рівноваги**: Чітко визначити, рівновагу якого саме тіла ми розглядаємо (наприклад: "Розглядаємо рівновагу двотаврової балки АВ").
- Геометрична ідеалізація**: Зобразити тіло у вигляді його поздовжньої осі (відрізка прямої або ламаної лінії), зберігаючи всі лінійні розміри (прольоти) у масштабі.
- Прикладання активних сил (Заданих навантажень)**:
 - Власну вагу G прикласти в центрі ваги елемента вертикально вниз.
 - Зосереджені сили F прикласти у вказаних точках під заданими кутами.
 - Розподілені навантаження q замінити їхніми рівнодіючими $Q = q \cdot L$ (прикладеними в геометричному центрі епюри навантаження).
- Звільнення від в'язей**: Подумки (або фізично гумкою) стерти всі зовнішні опори.
- Прикладання реакцій опор**: В точках, де були опори, намалювати вектори реакцій відповідно до типології (див. таблицю вище). Напрямки складових R_x та R_y обираються довільно; якщо в результаті розрахунку вийде знак "мінус", це означатиме, що реальний напрямок протилежний обраному.
- Вибір системи координат**: Провести декартові осі x та y . Раціонально спрямовувати одну з осей вздовж осі балки.



4. Практичне розв'язання типових задач (Розбір кейсів)

Кейс №1. Балка на двох опорах

Завдання: Побудувати розрахункову схему горизонтальної залізобетонної балки перекриття AB завдовжки $L = 6 \text{ м}$. Лівий кінець балки жорстко зафіксований на бетонній колоні сталевим пальцем (шарніром). Правий кінець вільно спирається на гладку сталеву плиту стіни. До середини балки підвішено вантаж вагою P . Вагою самої балки знехтувати.

Розв'язання:

Об'єкт рівноваги: балка AB . Зображуємо її горизонтальним відрізком.

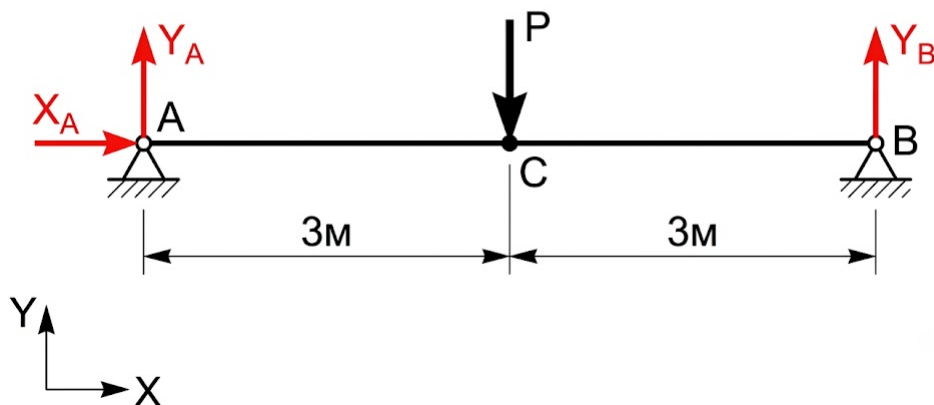
Активні сили: у точці C (посередині, 3 м від краю) прикладаємо вектор вантажу P вертикально вниз.

Аналіз опор: Опора A (сталевий палець) — це шарнірно-нерухома опора. Відкидаємо її і прикладаємо дві складові реакції: Y_A (вгору) та X_A (вправо).

Опора B (гладка сталеві плита) працює як шарнірно-рухома опора (коток), оскільки не перешкоджає горизонтальному зсуву. Відкидаємо її і прикладаємо лише одну реакцію Y_B (перпендикулярно до плити, тобто вгору).

Вводимо осі: вісь x — вздовж балки вправо, вісь y — вертикально вгору.

РОЗРАХУНКОВА СХЕМА КЕЙСУ 1



Кейс №2. Консольна балка з розподіленим навантаженням

Завдання: Побудувати розрахункову схему балконної плити AB завдовжки l . Кінець A глибоко замурований у цегляну несучу стіну. На всій довжині плити лежить шар снігу, який

створює рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю q (кН/м). На вільному кінці B стоїть людина вагою G .

Розв'язання:

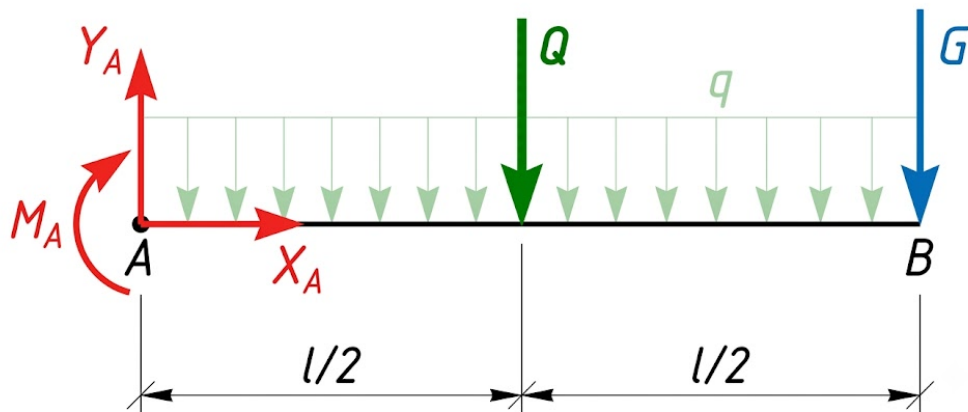
Об'єкт рівноваги: плита AB (відрізок).

Активні сили: Силу G прикладаємо в точці B вертикально вниз.

Розподілене навантаження q замінюємо зосередженою рівнодіючою $Q = q \cdot l$. Точка прикладання рівнодіючої — геометричний центр епюри (тобто посередині консолі, на відстані $l/2$ від защемлення). Вектор Q спрямований вниз.

Аналіз опор: Опора A (замурування) є **жорстким защемленням**. Відкидаємо стіну і прикладаємо в точці A три реактивних фактори: вертикальну силу Y_A (вгору), горизонтальну силу X_A (вправо) та реактивний момент M_A (дугова стрілка проти годинникової стрілки, що утримує плиту від падіння).

РОЗРАХУНКОВА СХЕМА КЕЙСУ 2



5. Контрольні запитання для самоперевірки

1. У чому полягає сутність аксіоми звільнення від в'язей і чому без неї неможливий інженерний розрахунок?
2. Чому реакцію гладкої поверхні завжди спрямовують по нормалі (перпендикуляру)?
3. Скільки невідомих реактивних факторів генерує жорстке защемлення на площині і чому серед них є момент?
4. Чим відрізняється шарнірно-рухома опора (коток) від шарнірно-нерухомої? Для чого в реальних мостах один кінець обов'язково роблять рухомих? (Підказка: температурні розширення матеріалу).
5. Як правильно замінити рівномірно розподілене навантаження (сніг, вітер) під час побудови розрахункової схеми для визначення опорних реакцій?

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ №2

Тема: Аналітичний розрахунок збіжних систем сил. Розв'язання інженерних задач на рівновагу вузлів.

Тривалість заняття: 2 академічні години (1 пара).

1. Мета та завдання практичного заняття

Дидактична мета: Формування глибоких практичних навичок застосування аналітичного методу (методу проєкцій) для знаходження невідомих зусиль у розтягнутих та стиснутих елементах будівельних конструкцій (тросах, вантах, стрижнях ферм). Засвоєння алгоритму складання та розв'язання систем алгебраїчних рівнянь рівноваги матеріальної точки.

Компетентності, що формуються та розвиваються: **ЗК 4:** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

СК 4: Здатність визначати навантаження, що діють на конструкції будівель або спеціальних інженерних споруд, а також виконувати розрахунок конструкцій.

СК 15*: Здатність застосовувати основні закони, теорії та методи математики (тригонометрії, лінійної алгебри) для розв'язування професійних практичних завдань у галузі будівництва та цивільної інженерії.

Програмний результат навчання: РН 11. Застосовувати у професійній діяльності типові алгоритми розрахунків та правила конструювання конструктивних елементів об'єктів будівництва.

Методична ремарка (Trauma-Informed Approach): Оскільки математичний апарат цієї теми вимагає інтенсивного використання тригонометричних функцій (синусів та косинусів кутів) та розв'язання систем лінійних рівнянь, що може викликати когнітивний стрес або невпевненість у власних знаннях, викладач забезпечує постійний супровід здобувачів. Допускається використання довідкових таблиць значень тригонометричних функцій та калькуляторів. Помилка в алгебраїчних перетвореннях розглядається як нормальний етап навчання і не піддається публічній критиці.

2. Короткий теоретичний мінімум

Збіжною системою сил називається система, лінії дії всіх сил якої перетинаються в одній точці. У будівельній механіці класичним прикладом такої системи є вузол (шарнір), у якому сходяться кілька стрижнів кроквяної ферми, або точка підвісу вантажу, яку утримують кілька вантів (тросів).

Аналітична умова рівноваги: Для того щоб плоска збіжна система сил перебувала в стані абсолютної рівноваги, необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проєкцій усіх сил системи на дві будь-які взаємно перпендикулярні координатні осі **Ox** та **Oy** дорівнювали нулю.

$$\sum F_{kx} = 0 \quad \sum F_{ky} = 0$$

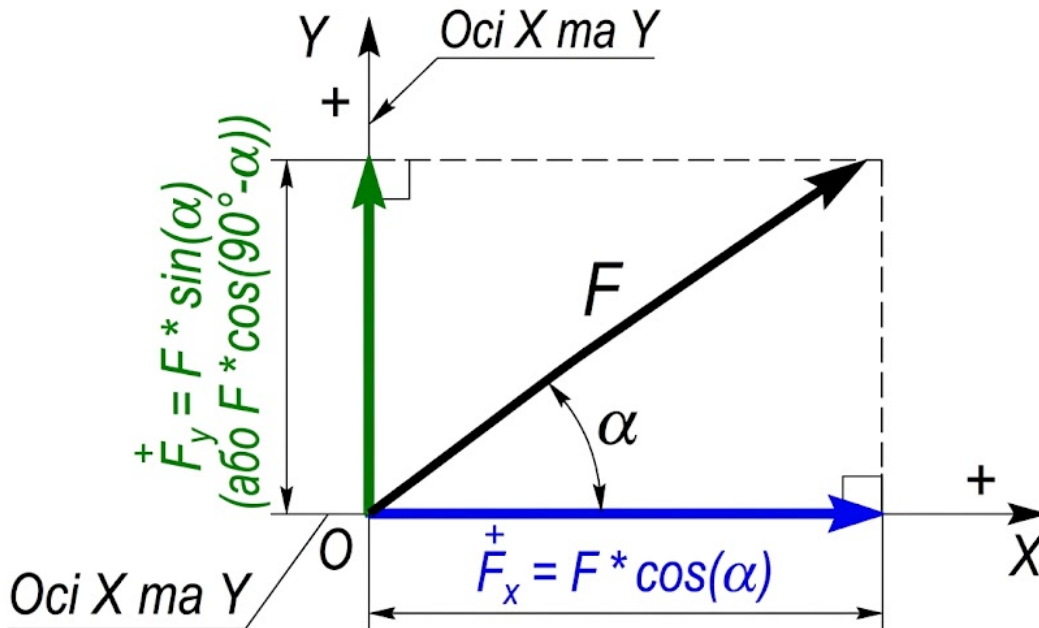
Проекція вектора на вісь: Проекція вектора сили на вісь дорівнює добутку модуля цієї сили на косинус кута між позитивним напрямком осі та напрямком вектора сили.

Якщо вектор сили утворює з віссю **гострий кут**, проєкція **позитивна (+)**.

Якщо вектор сили утворює з віссю **тупий кут**, проєкція **негативна (-)**.

Якщо вектор **перпендикулярний** до осі, його проєкція дорівнює **нулю (0)**.

ПРОЄКЦІЯ СИЛИ НА КООРДИНАТНІ ОСІ



3. Універсальний алгоритм розв'язання задачі про рівновагу вузла

Для формування безпомилкового інженерного підходу, розрахунок зусиль у стрижнях або тросах завжди виконується за єдиним чітким алгоритмом:

1. **Вибір об'єкта рівноваги:** Визначаємо точку (вузол), у якій сходяться всі невідомі та відомі зусилля. Саме цю точку ми будемо розглядати як матеріальну точку в рівновазі.
2. **Прикладання активних сил:** Зображуємо всі задані зовнішні сили (наприклад, вагу вантажу G , тиск вітру W), суворо дотримуючись їхніх напрямків.
3. **Застосування аксіоми звільнення від в'язей:** Подумки відрізаємо всі троси, ванти та стрижні, що утримують вузол. Замість них прикладаємо до вузла **реакції в'язей** (зусилля розтягу або стиску).

Золоте правило: Невідомі зусилля в гнучких нитках (тросах) ЗАВЖДИ спрямовуємо **від вузла** (оскільки трос може працювати лише на розтяг). Невідомі зусилля в жорстких стрижнях спочатку також умовно спрямовуємо **від вузла** (припускаючи, що вони розтягнуті). Якщо в результаті розрахунку зусилля вийде з мінусом, це означатиме, що стрижень насправді стиснутий.

4. **Вибір системи координат:** Проводимо взаємно перпендикулярні осі X та Y через вузол.

Рационально спрямовувати одну з осей так, щоб вона збігалася з лінією дії однієї з невідомих сил (це автоматично "занулить" її проєкцію на іншу вісь і спростить рівняння).

5. **Складання рівнянь рівноваги:** Записуємо два рівняння: $\sum X = 0$ та $\sum Y = 0$, акуратно визначаючи знаки та тригонометричні функції через задані кути.
6. **Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь:** Знаходимо шукані реакції методами підстановки, додавання або через визначники (правило Крамера).
7. **Математична перевірка:** Проводимо нову (додаткову) вісь, що не збігається з попередніми, і складаємо суму проєкцій усіх знайдених і заданих сил на неї. Сума повинна тотожно дорівнювати нулю.

4. Практичний розбір інженерних кейсів

КЕЙС №1: РОЗРАХУНОК ПІДВІСНОЇ КОНСТРУКЦІЇ (ТРОСОВА СИСТЕМА)

Постановка задачі: Вантаж масою $m = 500 \text{ кг}$ (вага $G \approx 5 \text{ кН}$) підвішений до стелі за допомогою двох сталевих тросів AC та BC . Вузол C знаходиться в рівновазі. Трос AC утворює зі стелею кут $\alpha = 30^\circ$, а трос BC утворює кут $\beta = 60^\circ$. Визначити зусилля натягу в обох тросах, щоб перевірити їх на розрив.

Аналітичне розв'язання:

Об'єкт рівноваги: Розглядаємо рівновагу вузла C (точки з'єднання тросів).

Активні сили: На вузол C діє вертикально вниз сила ваги вантажу $G = 5 \text{ кН}$.

Реакції в'язей: Відкидаємо троси AC та BC . Уздовж їхніх ліній дії прикладаємо реакції T_1 та T_2 . Спрямовуємо їх **від вузла C** до точок кріплення на стелі (припускаємо розтяг).

Система координат: Проводимо через точку C горизонтальну вісь X (вправо) та вертикальну вісь Y (вгору).

Кут між вектором T_1 та від'ємним напрямком осі X становить 30° .

Кут між вектором T_2 та додатним напрямком осі X становить 60° .

Складання рівнянь рівноваги:

$$1) \sum F_x = -T_1 \cdot \cos(30^\circ) + T_2 \cdot \cos(60^\circ) = 0$$

$$2) \sum F_y = T_1 \cdot \sin(30^\circ) + T_2 \cdot \sin(60^\circ) - G = 0$$

Розв'язання системи:

$$\text{З першого рівняння виразимо } T_2 \text{ через } T_1: T_2 \cdot \cos(60^\circ) = T_1 \cdot \cos(30^\circ) \Rightarrow T_2 \cdot 0.5 = T_1 \cdot 0.866 \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \sqrt{3}$$

Підставляємо цей вираз у друге рівняння:

$$T_1 \cdot 0.5 + (T_1 \cdot \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}/2) = 5$$

$$0.5 \cdot T_1 + 1.5 \cdot T_1 = 5$$

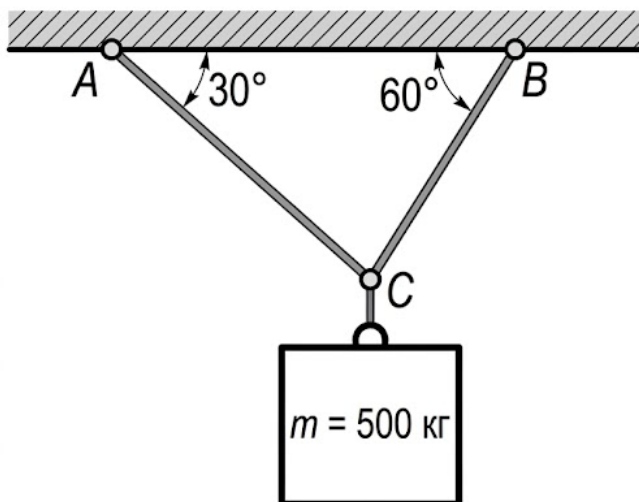
$$2 \cdot T_1 = 5 \Rightarrow T_1 = 2.5 \text{ кН.}$$

$$\text{Тоді } T_2 = 2.5 \cdot 1.732 \approx 4.33 \text{ кН.}$$

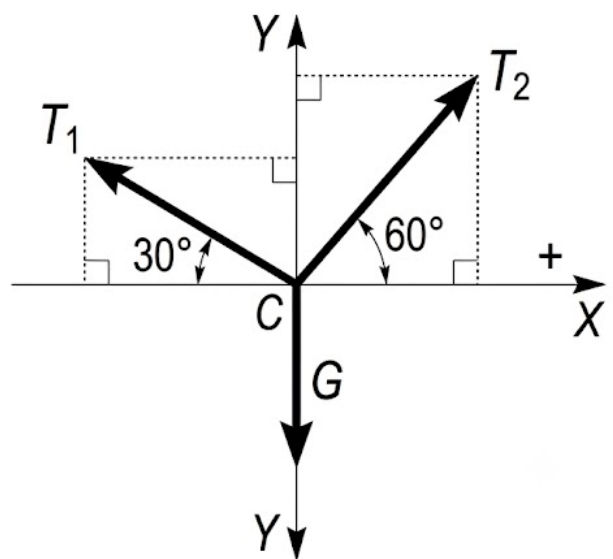
Висновок: Обидва зусилля вийшли додатними. Це означає, що початковий напрямок (від вузла) обрано правильно — обидва троси дійсно розтягнуті. Трос BC бере на себе більше навантаження, оскільки він розташований крутіше (ближче до вертикалі).

ПРОМТ ДЛЯ СХЕМИ (КЕЙС 1: ПІДВІСНА КОНСТРУКЦІЯ)

Фізичний малюнок



Розрахункова (математична) схема



КЕЙС №2: РОЗРАХУНОК ВУЗЛА КОНСОЛЬНОГО КРАНА (СТРИЖНЕВА СИСТЕМА)

Постановка задачі: Настінний консольний кран складається з горизонтальної балки AB та похилого підкоса (стрижня) BC . Вузол B навантажений вертикальною силою (вагою піднятого вантажу) $P = 10 \text{ кН}$. Кут між балкою AB та підкосом BC становить 45° . Визначити внутрішні зусилля в стрижнях AB та BC .

Аналітичне розв'язання:

Об'єкт рівноваги: Шарнірний вузол B .

Активні сили: Вертикальний вектор $P = 10 \text{ кН}$ (вниз).

Реакції в'язей: Перерізаємо стрижні AB (горизонтальний) та BC (похилий). Уздовж їхніх осей прикладаємо зусилля N_{AB} та N_{BC} . Згідно з алгоритмом, умовно спрямовуємо їх **від вузла B** (припускаємо, що обидва стрижні розтягнуті).

Система координат: Початок у точці **B**. Вісь **X** — вліво (вздовж стержня **AB**), вісь **Y** — вгору.

Вектор **N_{AB}** лежить на осі **X**.

Вектор **N_{BC}** лежить у третьому квадранті (спрямований вліво і вниз) під кутом **45°** до осі **X**.

Складання рівнянь:

$$1) \sum F_y = -P - N_{BC} \cdot \sin(45^\circ) = 0$$

$$2) \sum F_x = N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos(45^\circ) = 0$$

Методична порада: Якщо одна з невідомих сил лежить на осі (як **N_{AB}** на осі **X**), її проєкція на іншу вісь (**Y**) дорівнює нулю. Тому розв'язання системи завжди треба починати з того рівняння, де фігурує лише **одна** невідома сила.

Розв'язання системи:

З рівняння (1) знаходимо **N_{BC}**: $N_{BC} \cdot \sin(45^\circ) = -P \Rightarrow N_{BC} \cdot 0.707 = -10 \Rightarrow N_{BC} = -14.14$ **кН**.

Підставляємо знайдене значення (разом зі знаком мінус!) у рівняння (2):

$$N_{AB} + (-14.14) \cdot 0.707 = 0 \Rightarrow N_{AB} - 10 = 0 \Rightarrow N_{AB} = 10 \text{ кН}.$$

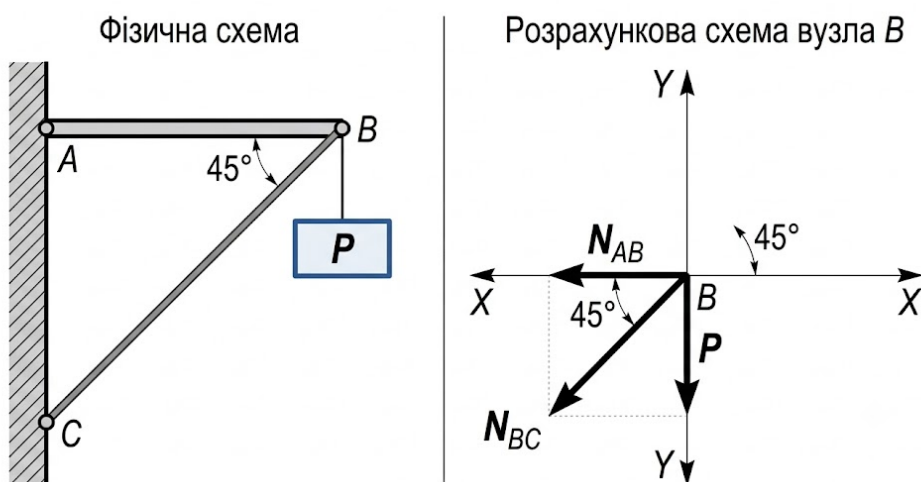
Фізична інтерпретація результатів:

Зусилля **N_{AB} = +10 кН** (знак "плюс"). Отже, горизонтальна балка **AB** дійсно **розтягнута**.

Зусилля **N_{BC} = -14.14 кН** (знак "мінус"). Це означає, що початкове припущення було хибним.

Вектор зусилля спрямований до вузла **B**, тобто похилий підкіс **BC** насправді **стиснутий** (працює на стиск і поздовжній згин).

ПРОМТ ДЛЯ СХЕМИ (КЕЙС 2: ВУЗОЛ НАСТІННОГО КРАНА)



5. Контрольні запитання для самоперевірки

1. Що розуміють під "збіжною системою сил" і скільки незалежних рівнянь рівноваги можна для неї скласти на площині та в просторі?
2. Чому невідомі реакції у перерізаних стрижнях ми умовно спрямовуємо *від* вузла?
3. Що означає математично знак "мінус", отриманий під час обчислення зусилля у стрижні ферми?
4. Як це впливає на вибір матеріалу для цього стрижня?
5. Який практичний прийом дозволяє значно спростити розв'язання системи з двох рівнянь рівноваги під час вибору напрямків осей координат?
6. Чи може знаходитись у рівновазі вузол, в якому сходяться три непаралельні сили, якщо сума їх проєкцій на одну вісь дорівнює нулю, а на іншу — ні? Відповідь обґрунтуйте.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ №3

Тема: Розрахунок зусиль у плоских шарнірно-стрижневих фермах. Метод вирізання вузлів.

Тривалість заняття: 2 академічні години (1 пара).

1. Мета та завдання практичного заняття

Дидактична мета: Набуття здобувачами освіти професійних навичок визначення внутрішніх зусиль (розтягу та стиску) в елементах плоских шарнірно-стрижневих систем. Практичне засвоєння алгоритму застосування умов рівноваги збіжних систем сил до послідовного розрахунку вузлів кроквяних та мостових ферм.

Компетентності, що формуються та розвиваються: **ЗК 3:** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (моделювання ферми).

СК 2: Здатність аналізувати структурну схему будівель, знати роботу окремих типових елементів конструкцій (стрижнів) та їх взаємодію.

СК 4: Здатність визначати навантаження, що діють на конструкції, а також виконувати розрахунок конструкцій.

СК 15*: Здатність застосовувати методи математики та технічних наук для розв'язування професійних завдань.

Програмний результат навчання: РН 11. Застосовувати у професійній діяльності типові алгоритми розрахунків конструктивних елементів об'єктів будівництва.

Методична ремарка (Trauma-Informed Approach): Ця тема потребує значної концентрації уваги та послідовності в обчисленнях. Оскільки помилка в одному вузлі ферми автоматично переноситься на всі наступні розрахунки, важливо створити атмосферу підтримки.

Викладач наголошує, що "помилка — це інструмент перевірки". Здобувачам пропонується працювати в парах (cross-check), щоб знизити індивідуальне когнітивне навантаження та тривожність.

ВІД ЗАГАЛЬОГО ДО ДЕТАЛІ

ЗАГАЛЬНЕ: СТАЛЕВА КРОКВЯНА ФЕРМА



Класична сталева кроквяна ферма промислової будівлі (багато трикутників)

ДЕТАЛІЗОВАНЕ: ВУЗЛОМ ФЕРМИ



Ферма — це сукупність матеріальних точок (вузлів) у рівновазі

2. Короткий теоретичний мінімум

Фермою називається жорстка (геометрично незмінювана) конструкція, утворена з прямолінійних стрижнів, з'єднаних між собою на кінцях шарнірами. Місця з'єднання стрижнів називаються **вузлами ферми**. Верхній контур стрижнів утворює верхній пояс, нижній — нижній пояс. Стрижні, укладені між поясами, утворюють решітку ферми (вертикальні — стійки, похилі — розкоси).

Для спрощення ручного аналітичного розрахунку ферм у теоретичній механіці приймають **три базові допущення (ідеалізації)**: Усі вузли ферми вважаються **ідеальними шарнірами** (тертям у них нехтують).

Усі зовнішні навантаження (вага покрівлі, сніг, вітер, підвішене обладнання) передаються на ферму **виключно у вузлах**.

Власною вагою стрижнів нехтують (або розподіляють її порівну між суміжними вузлами).

Фундаментальний наслідок: Завдяки цим допущенням, кожен стрижень ферми працює **тільки на розтяг або тільки на стиск**. Згинальні моменти в стрижнях відсутні (оскільки надійшли б лише від позавузлового навантаження або жорстких вузлів). Таким чином, зусилля в будь-якому стрижні завжди спрямоване строго вздовж осі цього стрижня.

Сутність методу вирізання вузлів

Документ містить ознайомчий фрагмент (стор. 1–10). Повна версія доступна в електронній бібліотеці закладу після входу в особистий кабінет студента