



ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з навчально-методичної роботи
ЗНТ Дніпровський професійний технологічний
коледж

Сергій ГОРДІЄНКО

28 серпня 2026 р.

МЕТОДИЧНІ РОЗРОБКИ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ

Дисципліна: «Матеріалознавство та термічна обробка металів і зварних з'єднань»»

Спеціальність: 131 «Прикладна механіка» **Освітньо- професійний ступінь:** Фаховий
молодший бакалавр

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1 (4 академічні години) **Тема:** Визначення індексів Міллера для кристалографічних площин і напрямків.

1. **МЕТА ЗАНЯТТЯ ТА ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ** Мета: Набуття практичних навичок аналітичного опису кристалічної будови металів. Формування здатності просторового моделювання кристалічних ґраток та визначення кристалографічних площин і напрямків за допомогою індексів Міллера, що є необхідним для розуміння явищ анізотропії, механізмів пластичної деформації (ковзання) та площин сколу при руйнуванні металоконструкцій. Формовані компетентності та результати навчання (згідно з Робочою програмою):

ЗК 7. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

СК 1. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

РН 14. Виконувати моделювання деталей, механізмів і конструкцій... шляхом внесення змін до технічної, проектної і конструкторської документації.

2. **ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА АЛГОРИТМИ РОЗРАХУНКУ**

Кристалічна ґратка металів характеризується строгою просторовою періодичністю. Для однозначного опису орієнтації атомних площин і напрямків у просторі кристала використовують систему координат, осі якої (X,Y,Z) збігаються з ребрами елементарної комірки, а за одиниці виміру приймають періоди (параметри) ґратки (a,b,c). Опис здійснюється за допомогою індексів Міллера — набору найменших цілих чисел.

2.1. Визначення індексів кристалографічних напрямків Кристалографічний напрямок — це будь-який промінь, що виходить з початку координат і проходить через вузли кристалічної ґратки. Індеси напрямку позначаються у квадратних дужках: $[uvw]$. Від'ємні значення позначаються рискою над цифрою: $[\bar{1} \bar{1} 0]$. Сукупність еквівалентних напрямків позначається кутковими дужками: $\langle uvw \rangle$.

Алгоритм визначення індексів напрямку $[uvw]$:

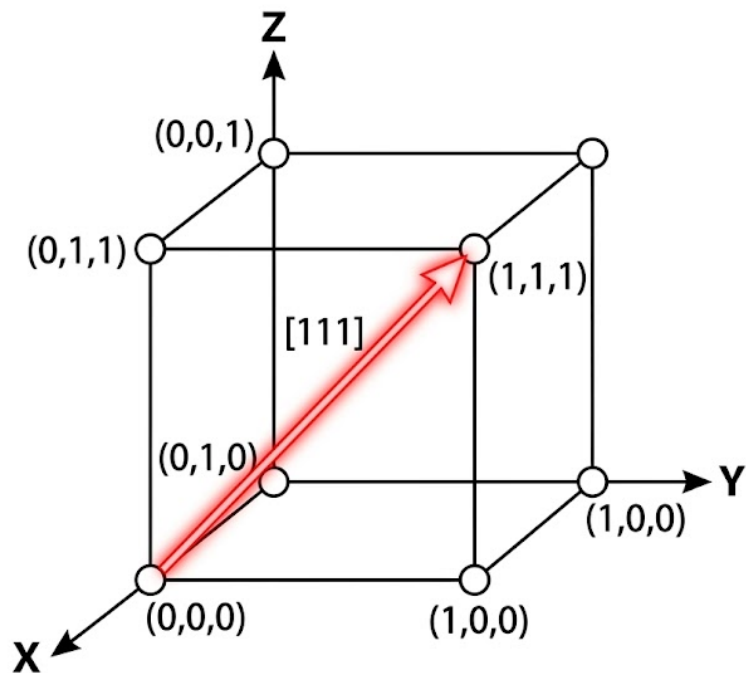
Сумістити початок вектора напрямку з початком координат елементарної комірки (точка 0,0,0). Якщо вектор не проходить через початок координат, його необхідно паралельно перенести.

Визначити координати кінця вектора (x,y,z) в одиницях параметрів ґратки (a,b,c).

Записати співвідношення координат: x:y:z.

Звести отримане співвідношення до відношення найменших цілих чисел (помножити або поділити на спільний множник).

Записати отримані числа у квадратні дужки без ком.



2.2. Визначення індексів кристалографічних площин Кристалографічна площина — це площина, що проходить через вузли кристалічної ґратки. Індеси площини позначаються у круглих дужках: (hkl) . Сукупність симетричних (еквівалентних) площин позначається фігурними дужками: $\{hkl\}$.

Алгоритм визначення індексів площини (hkl) :

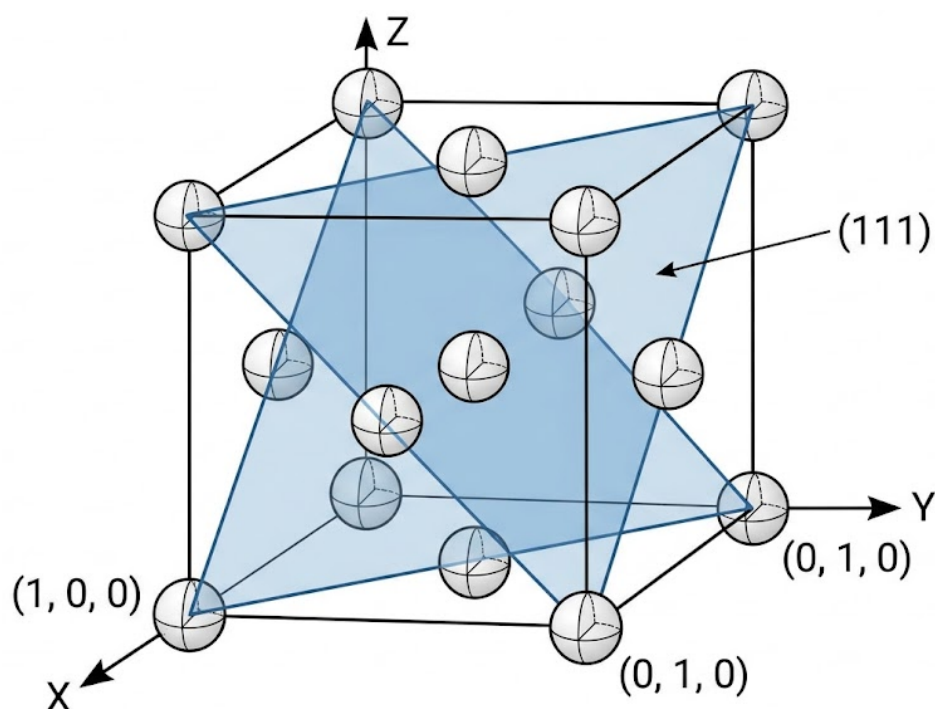
Обрати систему координат так, щоб площина не проходила через її початок $(0,0,0)$. Якщо площина проходить через початок координат, систему координат необхідно паралельно перенести у сусідній вузол ґратки.

Визначити відрізки (m,n,p) , які площина відтинає на осях координат X,Y,Z в одиницях параметрів ґратки. (Якщо площина паралельна осі, відрізок дорівнює ∞).

Записати обернені значення цих відрізків: $1/m, 1/n, 1/p$.

Звести отримані дроби до спільного знаменника і відкинути його, отримавши найменші цілі числа.

Записати отримані числа у круглі дужки без ком.



3. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ (МАТРИЦЯ ВАРІАНТІВ)

Кожен здобувач освіти виконує розрахункове завдання згідно зі своїм індивідуальним варіантом (визначається за останніми цифрами номера залікової книжки або за списком журналу). Робота виконується на аркушах формату А4 з обов'язковим накресленням ізометричних проєкцій кубічної комірки.

Завдання 1: Визначити індекси Міллера для площин, що відтинають на кристалографічних осях X, Y, Z задані відрізки (в одиницях параметра ґратки a). Накреслити кубічну елементарну комірку та зобразити цю площину.

Завдання 2: Зобразити в кубічній елементарній комірці кристалографічний напрямок за заданими індексами Міллера.

№ Варіанта	Завдання 1: Відрізки, що відтинає площина на осях X, Y, Z	Завдання 2: Зобразити напрямок
1	1 1, ∞ , ∞	[110]
2	2 ∞ , 1, ∞	[1 0 1]
3	3 ∞ , ∞ , 1	[0 1 1]
4	4 1, 1, ∞	[1 1 1]

4. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЗАВДАННЯ

Приклад до Завдання 1: Умова: Площина відтинає на осях X, Y, Z відрізки: $X=1$, $Y=1$, $Z=\infty$ (площина паралельна осі Z). Розв'язання:

Відрізки на осях: $m=1, n=1, p=\infty$.

Обернені значення: $1/1=1$; $1/1=1$; $1/\infty=0$.

Зведення до цілих чисел: 1, 1, 0.

Індекси площини: (110). Графічна побудова: Малюємо куб. Відкладаємо по осі X одиницю, по осі Y одиницю. Через ці точки проводимо площину, паралельну осі Z . Це діагональна площина куба.

Приклад до Завдання 2: Умова: Зобразити напрямок [112]. Розв'язання:

Координати кінця вектора: $x=1, y=1, z=2$.

Для зручності побудови в межах однієї елементарної комірки поділимо всі координати на максимальне число (на 2): $x=1/2, y=1/2, z=1$.

Графічна побудова: З початку координат (0,0,0) проводимо вектор у точку з координатами (1/2, 1/2, 1). Вектор вказуватиме напрямок [112].

5. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ТА ЗАХИСТУ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Що таке кристалічна ґратка та елементарна комірка? Якими параметрами вони описуються?

Поясніть фізичну та геометричну суть явища анізотропії в монокристалах.

Чим відрізняється позначення кристалографічної площини від позначення сімейства еквівалентних площин?

Які індекси Міллера мають грані кубічної елементарної комірки?

Чому при визначенні індексів площин використовують обернені значення відрізків, а не прямі?

Доведіть, що напрямок [111] у кубічній системі перпендикулярний до площини (111).

Яке практичне значення мають індекси Міллера при вивченні пластичної деформації металів (площини ковзання)?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2 (2 академічні години) Тема: Розрахунок параметрів кристалічних ґраток та атомної щільності.

МЕТА ЗАНЯТТЯ ТА ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ Мета: Набуття практичних навичок математичного та просторового моделювання ідеальних кристалічних структур. Формування здатності розраховувати базисні параметри ґраток (період ґратки, атомний радіус, щільність пакування) та визначати теоретичну (рентгенівську) густину металів. Розуміння цих геометричних і масових характеристик є критично важливим для аналізу фазових перетворень (наприклад, поліморфізму заліза), оскільки зміна атомної щільності під час зварювального термічного циклу генерує колосальні внутрішні структурні напруження у зоні термічного впливу (ЗТВ), що може призвести до утворення тріщин. Формовані компетентності та результати навчання:

ЗК 7. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

СК 1. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

РН 15. Застосовувати методи технічних розрахунків під час проєктування технологічних процесів у галузі прикладної механіки та зварювання.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БАЗИС ТА МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ Для розв'язання інженерних задач, пов'язаних із кристалографією, метали розглядаються за моделлю «жорстких сфер». Згідно з цією моделлю, іони в кристалічній ґратці вважаються твердими нестисливими кулями радіусом r , які дотикаються одна до одної вздовж напрямків із максимальною атомною щільністю.

2.1. Геометричні співвідношення у кубічних ґратках Відстань між центрами найближчих атомів (іонів) у кристалічній ґратці називається атомним діаметром ($d = 2r$). Параметр (період) елементарної кубічної ґратки позначається як a (довжина ребра куба).

А) Об'ємноцентрована кубічна ґратка (ОЦК) У ґратці ОЦК (наприклад, α -Fe, W, Mo, Cr) атоми дотикаються один до одного вздовж просторової діагоналі куба. Довжина просторової діагоналі куба з ребром a дорівнює $a\sqrt{3}$. На цій діагоналі укладаються: радіус кутового атома (r) + діаметр центрального атома ($2r$) + радіус протилежного кутового атома (r). Разом: $4r$. Отже, математичний зв'язок між радіусом атома r та параметром ґратки a для ОЦК має вигляд: $4r = a\sqrt{3} \Rightarrow a = 4r / \sqrt{3} \approx 2,31r$ Об'єм елементарної комірки ОЦК: $V_c = a^3$ Кількість атомів, що належать одній комірці ОЦК (базис ґратки): $n = 2$.

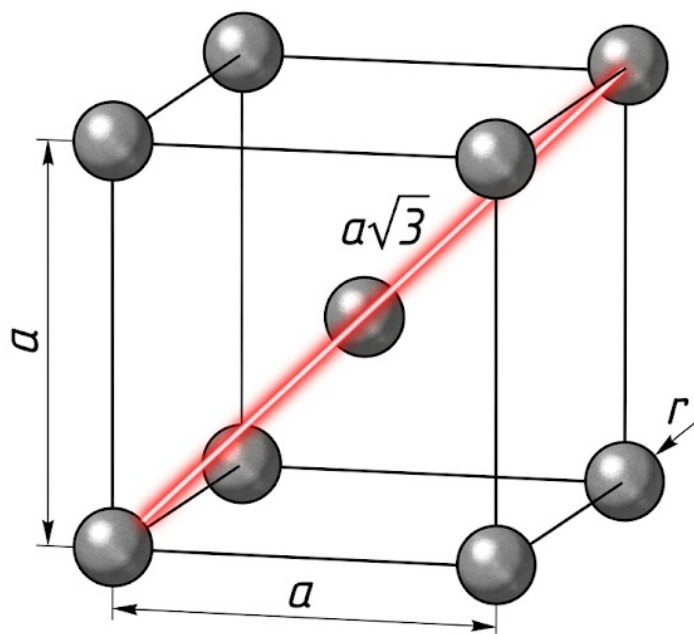
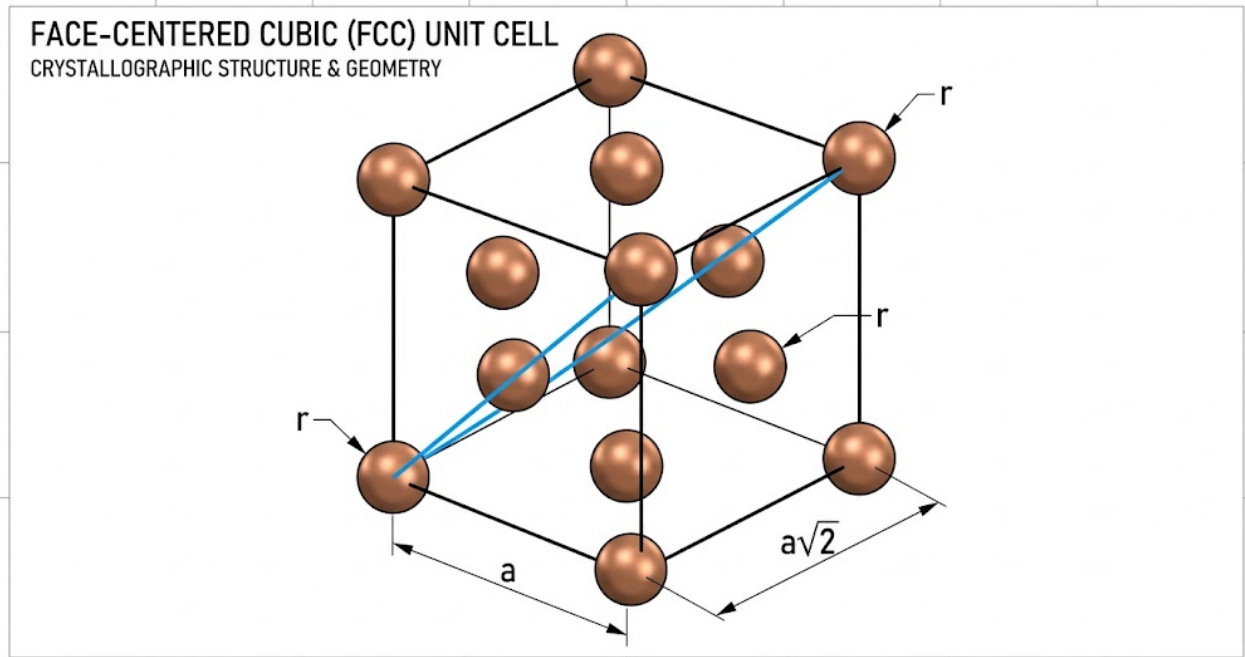


Схема 1. Геометрія ОЦК ґратки

Б) Гранецентрована кубічна ґратка (ГЦК) У ґратці ГЦК (наприклад, γ -Fe, Cu, Al, Ni) атоми дотикаються один до одного вздовж діагоналі грані куба. Довжина діагоналі грані куба з ребром a дорівнює $a\sqrt{2}$. На цій діагоналі укладаються: радіус кутового атома (r) + діаметр атома в центрі грані ($2r$) + радіус кутового атома (r). Разом: $4r$. Отже, зв'язок між r та a для

ГЦК: $4r = a\sqrt{2} \Rightarrow a = 4r / \sqrt{2} = 2r\sqrt{2} \approx 2,83r$ Об'єм елементарної комірки ГЦК: $V_c = a^3$ Кількість атомів, що належать одній комірці ГЦК (базис ґратки): $n = 4$.



ГРАНЕЦЕНТРОВАНА КУБІЧНА (ГЦК) ЕЛЕМЕНТАРНА КОМІРКА КРИСТАЛОГРАФІЧНА СТРУКТУРА ТА ГЕОМЕТРІЯ

Позначення: r — радіус атома a — параметр ґратки (довжина ребра куба) $a\sqrt{2}$ — довжина діагоналі грані куба

2.2. Щільність пакування (Коефіцієнт компактності, Q) Коефіцієнт компактності показує, яку частку загального об'єму елементарної комірки реально займають атоми. $Q = V_{\text{atom}} / V_c = (n * (4/3 * \pi * r^3)) / a^3$ де n — кількість атомів у комірці; r — радіус атома; a — параметр ґратки.

2.3. Теоретична (рентгенівська) густина металу Знаючи тип кристалічної ґратки, атомний радіус та атомну масу металу, можна теоретично розрахувати його густину (щільність). Ця так звана рентгенівська густина завжди трохи більша за фактичну густину металу, оскільки реальний метал завжди містить точкові та об'ємні дефекти (вакансії, мікропори, неметалеві включення). Теоретична густина ($\rho_{\text{т}}$) розраховується за формулою: $\rho_{\text{т}} = m_c / V_c = (n * A_w) / (V_c * N_a)$ де:

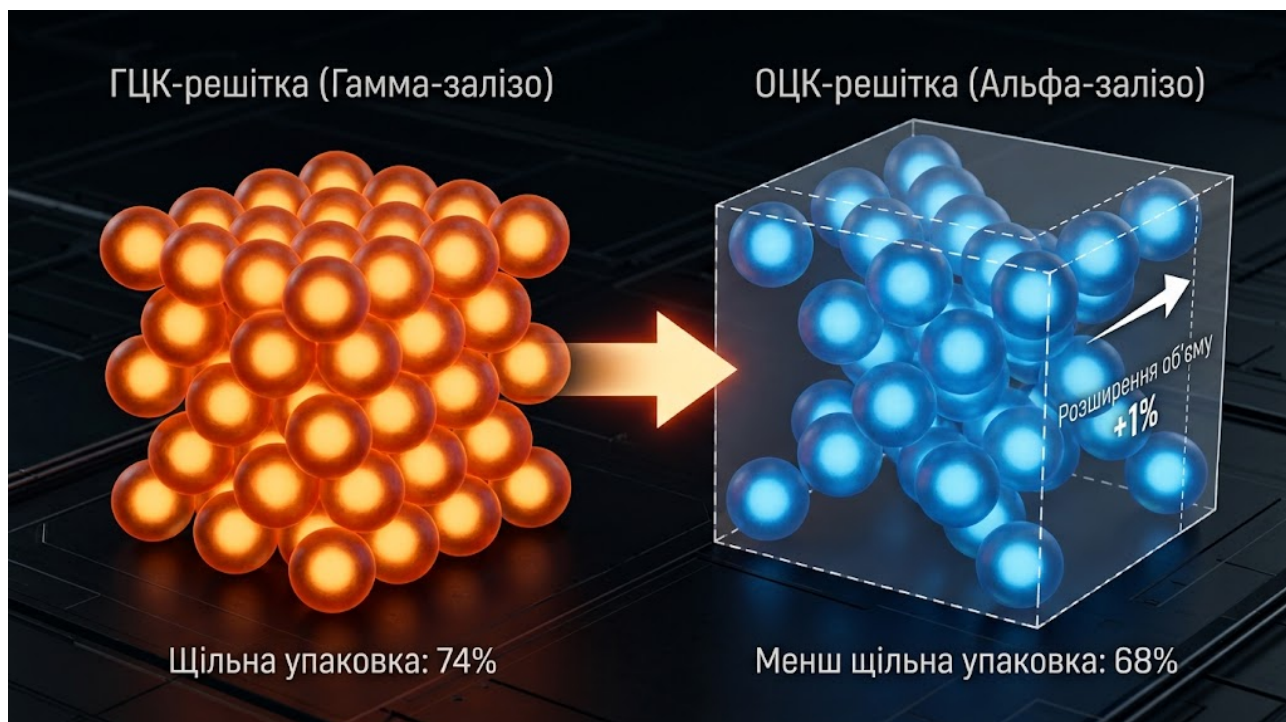
n — кількість атомів в елементарній комірці (базис: 2 для ОЦК, 4 для ГЦК);

A_w — атомна маса металу (г/моль), визначається за таблицею Менделєєва;

V_c — об'єм елементарної комірки (a^3), виражений у см^3 ($1 \text{ нм} = 10^{-7} \text{ см}$);

N_a — число Авогадро ($6,022 * 10^{23} \text{ моль}^{-1}$).

Інженерний коментар для зварювальників: При переході заліза з γ -модифікації (ГЦК, $Q=0,74$) в α -модифікацію (ОЦК, $Q=0,68$) під час охолодження зварного шва, об'єм металу різко збільшується. Якщо деталь жорстко закріплена, це збільшення об'єму (структурне розширення) накладається на термічне стиснення і призводить до виникнення колосальних внутрішніх напружень, які є головною причиною утворення холодних тріщин у зоні термічного впливу.



ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ (МАТРИЦЯ ВАРІАНТІВ)

Кожен здобувач освіти виконує розрахункове завдання згідно зі своїм індивідуальним варіантом (остання цифра номера залікової книжки). Робота виконується в зошиті для практичних робіт. Результати розрахунків необхідно округлювати до 4-х значущих цифр. Завдання: Для заданого металу (згідно з варіантом) відомо тип його кристалічної ґратки при нормальних умовах, атомний радіус r (в нанометрах) та атомну масу A_w . Необхідно обчислити:

Параметр елементарної ґратки a (в нм та в см).

Об'єм елементарної комірки V_c (у см^3).

Коефіцієнт компактності (щільність пакування) ґратки Q (у відсотках).

Теоретичну густину металу ρ_t (у г/см^3).

Порівняти отриману теоретичну густину з фактичною (довідковою) густиною металу, вказаною в технічній літературі, та пояснити причину розбіжності.

Варіанти завдань: Варіант 1 | Залізо α (Fe) | ОЦК | $r = 0,124$ нм | $A_w = 55,85$ г/моль | $\rho_f = 7,87$ г/см³ Варіант 2 | Мідь (Cu) | ГЦК | $r = 0,128$ нм | $A_w = 63,55$ г/моль | $\rho_f = 8,96$ г/см³ Варіант 3 | Алюміній (Al) | ГЦК | $r = 0,143$ нм | $A_w = 26,98$ г/моль | $\rho_f = 2,70$ г/см³ Варіант 4 | Вольфрам (W) | ОЦК | $r = 0,137$ нм | $A_w = 183,84$ г/моль | $\rho_f = 19,30$ г/см³ Варіант 5 | Нікель (Ni) | ГЦК | $r = 0,125$ нм | $A_w = 58,69$ г/моль | $\rho_f = 8,90$ г/см³ Варіант 6 | Молібден (Mo) | ОЦК | $r = 0,136$ нм | $A_w = 95,94$ г/моль | $\rho_f = 10,22$ г/см³ Варіант 7 | Свинець (Pb) | ГЦК | $r = 0,175$ нм | $A_w = 207,20$ г/моль | $\rho_f = 11,34$ г/см³ Варіант 8 | Ванадій (V) | ОЦК | $r = 0,131$ нм | $A_w = 50,94$ г/моль | $\rho_f = 6,11$ г/см³ Варіант 9 | Срібло (Ag) | ГЦК | $r = 0,144$ нм | $A_w = 107,87$ г/моль | $\rho_f = 10,50$ г/см³ Варіант 0 | Хром (Cr) | ОЦК | $r = 0,125$ нм | $A_w = 52,00$ г/моль | $\rho_f = 7,19$ г/см³

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЗАВДАННЯ Умова:

Виконати розрахунки для γ -заліза (Аустеніту). Вихідні дані: Метал: Fe $_\gamma$. Тип ґратки: ГЦК.

Радіус атома: $r = 0,126$ нм = $0,126 \cdot 10^{-7}$ см. Атомна маса: $A_w = 55,85$ г/моль. Кількість атомів у комірни: $n = 4$. Число Авогадро: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$.

Розв'язання: Крок 1. Розрахунок параметра елементарної ґратки a . Оскільки ґратка ГЦК, атоми дотикаються по діагоналі грані: $a = 4r / \sqrt{2} = (4 \cdot 0,126) / 1,414 = 0,3564$ нм Переводимо в сантиметри для розрахунків густини: $a = 0,3564 \cdot 10^{-7}$ см.

Крок 2. Обчислення об'єму елементарної комірки V_c . $V_c = a^3 = (0,3564 \cdot 10^{-7})^3 = 45,26 \cdot 10^{-24}$ см³.

Крок 3. Розрахунок коефіцієнта компактності (щільності пакування) Q . Об'єм одного атома (сфери): $V_{\text{atom}} = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 = 1,333 \cdot 3,1415 \cdot (0,126)^3 = 0,008379$ нм³. Коефіцієнт

компактності: $Q = (n * V_{\text{atom}}) / a^3 = (4 * 0,008379) / (0,3564)^3 = 0,03351 / 0,04526 \approx 0,74$.

Висновок: Щільність пакування ГЦК ґратки становить 74%.

Крок 4. Розрахунок теоретичної (рентгенівської) густини $\rho_{\text{т}}$. Маса однієї комірки: $m_{\text{с}} = (n * A_{\text{w}}) / N_{\text{a}} = (4 * 55,85) / (6,022 * 10^{23}) = 37,09 * 10^{-23}$ г. Теоретична густина: $\rho_{\text{т}} = m_{\text{с}} / V_{\text{с}} = (37,09 * 10^{-23}) / (45,26 * 10^{-24}) = 8,19$ г/см³.

Крок 5. Аналіз отриманих результатів. Фактична (макроскопічна) густина α -заліза (ОЦК) при кімнатній температурі становить 7,87 г/см³. Розрахована нами теоретична густина γ -заліза (аустеніту) становить 8,19 г/см³. Це підтверджує фізичний факт: при нагріванні вище 911°C і переході ОЦК $\rightarrow$ ГЦК щільність пакування зростає з 68% до 74%, атомний об'єм зменшується, і густина металу зростає (він «стискається»). Крім того, розрахована теоретична рентгенівська густина ідеального кристала завжди трохи більша за реальну густину фізичного металу, оскільки реальні кристали містять точкові дефекти (вакансії), мікропори та неметалеві включення.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ТА ЗАХИСТУ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Поясніть фізичний зміст поняття «параметр кристалічної ґратки». В яких одиницях він вимірюється?

Чому при виведенні формули зв'язку між параметром a та радіусом атома r для ОЦК ґратки розглядають просторову діагональ куба, а для ГЦК ґратки — діагональ грані?

Доведіть математично, що коефіцієнт компактності ГЦК ґратки (0,74) вищий, ніж ОЦК ґратки (0,68). Як це впливає на здатність металів до пластичної деформації?

Які фізичні константи необхідно знати для розрахунку теоретичної (рентгенівської) густини металу? Запишіть формулу.

Що таке поліморфне перетворення? Поясніть на прикладі заліза, як зміна типу ґратки з ОЦК на ГЦК впливає на об'єм металу та до яких технологічних наслідків при зварюванні це може призвести.

Назвіть щонайменше дві причини, з яких розрахована вами теоретична густина металу відрізняється від макроскопічної густини реального шматка металу, визначеної шляхом зважування та вимірювання об'єму.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3 (2 академічні години) Тема: Побудова та аналіз первинних діаграм деформування пластичних і крихких матеріалів.

МЕТА ЗАНЯТТЯ ТА ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ Мета: Набуття практичних навичок графоаналітичного дослідження механічних властивостей металів при статичному розтягуванні. Формування здатності будувати діаграми деформування, визначати базові характеристики міцності (границю плинності, границю міцності) та пластичності, а також чітко диференціювати механізми руйнування пластичних та крихких матеріалів. Ця навичка є фундаментальною для розрахунку зварних металоконструкцій на міцність та прогнозування їхньої поведінки під експлуатаційними навантаженнями. Формовані компетентності та результати навчання:

ЗК 7. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

СК 1. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

РН 3. Знати та розуміти вплив властивостей матеріалів на працездатність зварних конструкцій.

РН 15. Застосовувати методи технічних розрахунків під час проєктування технологічних процесів у галузі прикладної механіки та зварювання.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БАЗИС ТА АЛГОРИТМИ АНАЛІЗУ Основою для визначення механічних властивостей металів є випробування стандартних зразків на статичний розтяг (регламентується ДСТУ EN ISO 6892-1). Під час випробування розривна машина автоматично записує первинну діаграму розтягу в координатах: вісь ординат — розтягувальне зусилля (навантаження) F , Н; вісь абсцис — абсолютне видовження зразка Δl , мм.

Оскільки первинна діаграма залежить від геометричних розмірів конкретного зразка, для інженерних розрахунків її перебудовують в умовну діаграму напружень у координатах $\sigma - \epsilon$, де:

Нормальне напруження (σ) — це відношення діючого зусилля F до початкової площі поперечного перерізу зразка A_0 . Вимірюється в мегапаскалях ($1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н/мм}^2$).

$$\sigma = A_0 / F$$

Відносне видовження (ϵ) — це відношення абсолютного видовження Δl до початкової розрахункової довжини зразка l_0 . Вимірюється у відсотках (%).

$$\epsilon = (\Delta l / l_0) \cdot 100\%$$

2.1. Аналіз діаграми деформування пластичного матеріалу (на прикладі низьковуглецевої сталі) Діаграма розтягу типового пластичного матеріалу (наприклад, сталі Ст3) має чітко виражені характерні зони:

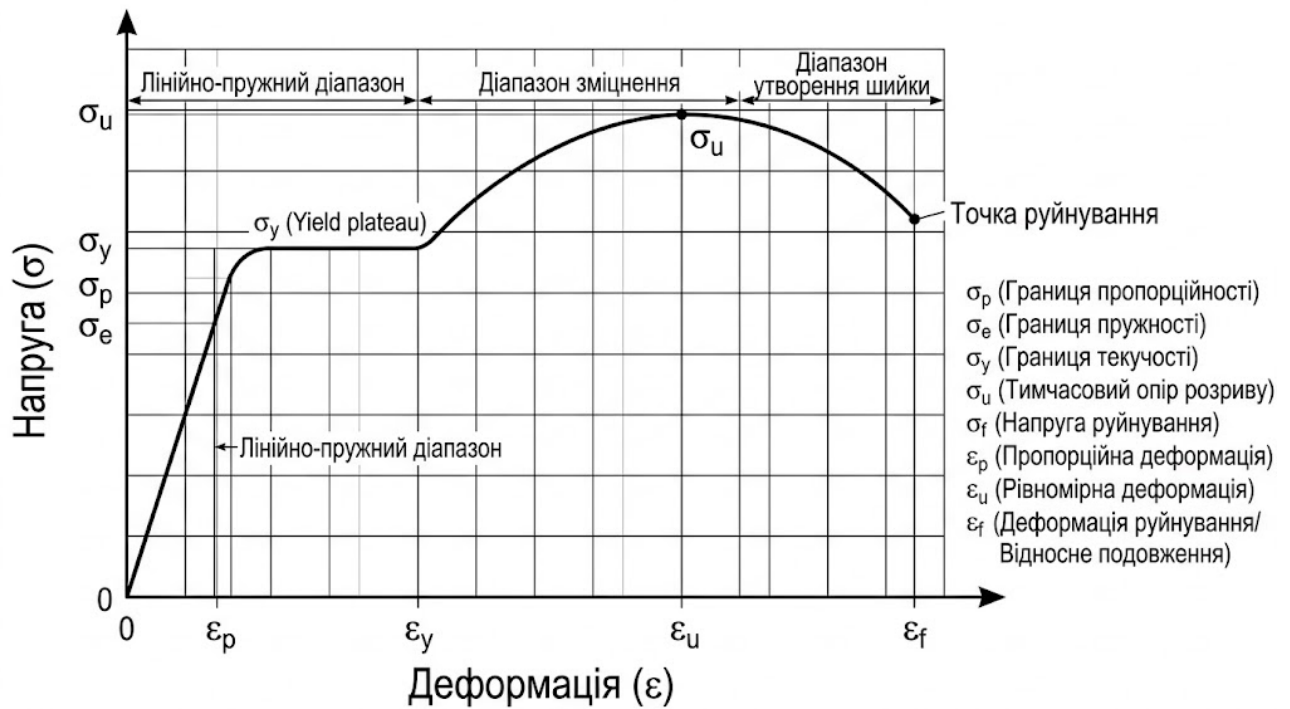
Зона пружності (до точки Р). Графік має вигляд прямої лінії. Деформація повністю зникає після зняття навантаження. Тут діє закон Гука:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Зона загальної плинності (площадка плинності, точка S). Зразок видовжується без збільшення навантаження. Границя плинності ($\sigma_{\text{т}}$) — найважливіша розрахункова характеристика. У цей момент відбувається масове ковзання дислокацій, метал незворотно деформується.

Зона зміцнення (наклепу) (до точки В). Дислокації накопичуються на межах зерен, що вимагає збільшення навантаження для подальшої деформації. Точка В відповідає границі міцності ($\sigma_{\text{в}}$).

Зона місцевої плинності (до точки К). Утворюється місцеве звуження — «шийка». Точка К — точка фізичного руйнування зразка.

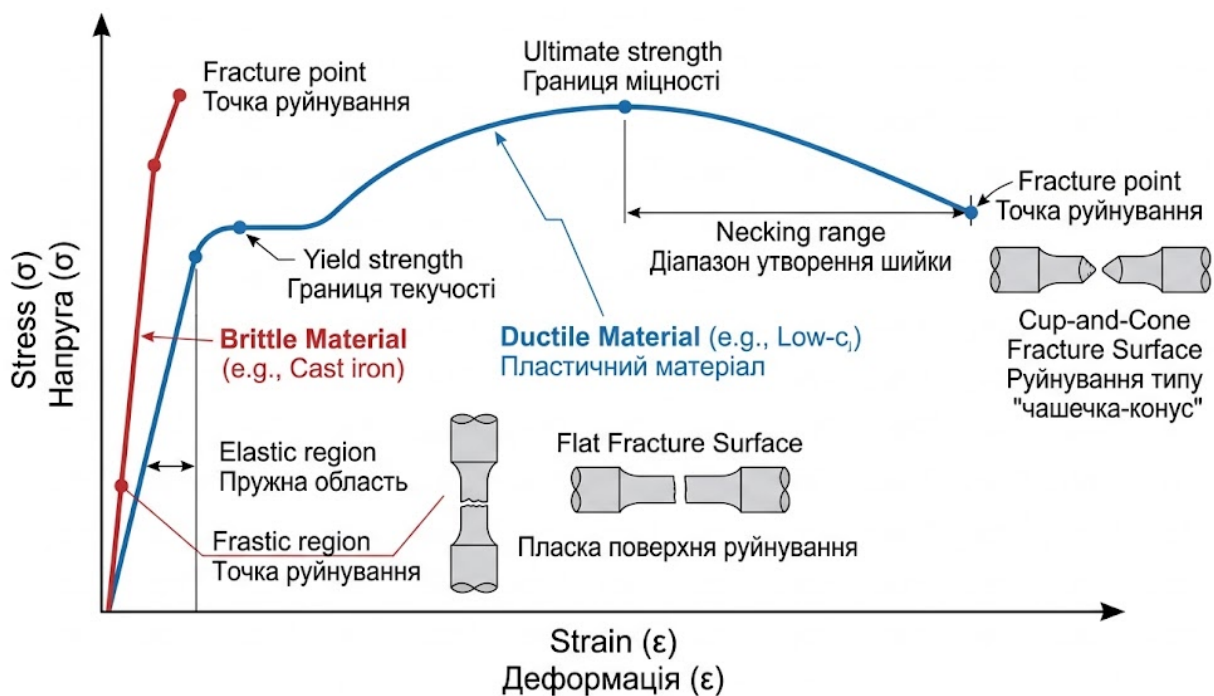


2.2. Аналіз діаграми деформування крихкого матеріалу Крихкі матеріали (сірий чавун, загартовані високовуглецеві сталі) деформуються принципово інакше:

Їхня діаграма не має площадки плинності та зони зміцнення.

Пластична деформація практично відсутня (відносне видовження перед розривом становить менше 1-2%).

Руйнування відбувається раптово, без утворення шийки, щойно напруження досягає границі міцності (σ_v).



ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ (МАТРИЦЯ ВАРІАНТІВ)

Кожен здобувач виконує індивідуальне графоаналітичне завдання згідно зі своїм варіантом (остання цифра номера залікової книжки). Робота виконується на міліметровому папері або в зошиті в клітинку.

Завдання: Проведено випробування на розтяг циліндричного зразка з початковим діаметром $d_0 = 10$ мм та початковою розрахунковою довжиною $l_0 = 50$ мм. Необхідно:

Побудувати в масштабі первинну діаграму розтягу (F від Δl).

Визначити початкову площу поперечного перерізу зразка A_0 (у мм^2).

Розрахувати нормальні напруження (σ) для межі плинності та межі міцності (МПа).

Розрахувати відносне видовження після розриву δ (%).

Зробити висновок щодо типу матеріалу.

Варіанти (Навантаження та видовження у характерних точках): Варіант 1 | Плинність:

Документ містить ознайомчий фрагмент (стор. 1–10). Повна версія доступна в електронній бібліотеці закладу після входу в особистий кабінет студента