

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор ЗПО «ДПТК»

Олександр СТРИЛЕЦЬ

« 28 » серпня 2026 р.

ПОГОДЖЕНО

Заступник директора з НМР ЗПО «ДПТК»

Сергій ГОРДІЄНКО



ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ ДО ПІДСУМКОВОГО ЕКЗАМЕНУ

з дисципліни вища математика
для здобувачів освіти рівня «фаховий молодший бакалавр»
Спеціальність G9 «Прикладна механіка»

О.В. Чопенко

Дніпро, 2026

Екзаменаційний білет з дисципліни «Вища математика» складається з трьох блоків.

Перший блок спрямований на перевірку теоретичних знань з основних розділів курсу.

Другий блок передбачає виконання розрахункового завдання із застосуванням відповідного математичного апарату.

Третій блок містить практично-професійну задачу, розв'язання якої потребує побудови математичної моделі, виконання розрахунків та інтерпретації отриманого результату в контексті спеціальності.

Кожен блок екзаменаційного білета оцінюється максимально у **10 балів**. Загальна максимальна кількість балів за екзамен — **30 балів**.

БЛОК 1. Теоретичні питання

Лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення, диференціальні рівняння

1. Матриці. Поняття матриці, її розмірність та основні види матриць. Рівність матриць. Транспонована матриця.
2. Основні дії над матрицями: додавання, віднімання, множення матриці на число та множення матриць. Властивості операцій над матрицями.
3. Визначники другого та третього порядків. Способи їх обчислення. Основні властивості визначників.
4. Мінори та алгебраїчні доповнення. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця.
5. Обернена матриця. Умови існування оберненої матриці та алгоритм її знаходження.
6. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття сумісної, несумісної, визначеної та невизначеної системи.
7. Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь: метод Крамера, матричний метод та метод Гаусса.
8. Вектори. Поняття вектора, його модуль, напрям та координати. Рівні, протилежні та колінеарні вектори.
9. Лінійні операції над векторами. Додавання і віднімання векторів, множення вектора на число. Розкладання вектора за координатними осями.
10. Скалярний добуток векторів, його властивості та геометричний зміст. Визначення кута між векторами. Проекція вектора на вісь.
11. Декартова система координат на площині. Відстань між двома точками. Координати середини відрізка.
12. Пряма лінія на площині. Основні види рівнянь прямої. Кутовий коефіцієнт прямої.
13. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої.
14. Криві другого порядку. Коло та еліпс: канонічні рівняння, основні геометричні характеристики та побудова.
15. Парабола та гіпербола: канонічні рівняння, основні геометричні характеристики та побудова.
16. Функція однієї змінної. Область визначення та область значень. Основні властивості функцій. Способи задання функції.
17. Основні елементарні функції та їх графіки. Перетворення графіків функцій.
18. Поняття границі функції. Основні властивості границь. Односторонні границі. Неперервність функції.
19. Похідна функції. Геометричний та фізичний зміст похідної. Поняття миттєвої швидкості та прискорення.
20. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних основних елементарних функцій. Похідна складеної функції.
21. Диференціал функції, його геометричний зміст та застосування для наближених обчислень.
22. Дослідження функції за допомогою похідної. Інтервали зростання і спадання. Критичні точки. Максимум і мінімум функції.

23. Найбільше та найменше значення функції на проміжку. Застосування похідної до розв'язування задач на оптимізацію.
24. Первісна функції та невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів.
25. Основні методи інтегрування: безпосереднє інтегрування, заміна змінної та інтегрування частинами.
26. Визначений інтеграл, його геометричний зміст та основні властивості. Формула Ньютона–Лейбніца.
27. Геометричні застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл.
28. Фізико-технічні застосування визначеного інтеграла. Обчислення шляху за відомою швидкістю та роботи змінної сили.
29. Диференціальні рівняння. Основні поняття. Порядок диференціального рівняння. Загальний і частинний розв'язки. Початкові умови. Задача Коші.
30. Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Алгоритм їх розв'язування.
31. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Загальний підхід до їх розв'язування.
32. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння та види його коренів.
33. Математичне моделювання механічних процесів за допомогою диференціальних рівнянь. Вільні та затухаючі коливання.

БЛОК 2. Розрахункові завдання

Практичне застосування математичних методів

1. Виконати задані дії над матрицями: додавання, віднімання, множення матриці на число та множення двох матриць. Перевірити можливість виконання відповідної операції.
2. Обчислити визначник третього порядку та використати його для розв'язування системи трьох лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера.
3. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса або матричним методом та виконати перевірку отриманого розв'язку.
4. Для заданих векторів визначити їх довжини, суму та різницю, обчислити скалярний добуток і кут між векторами.
5. За заданими координатами двох точок скласти рівняння прямої. Визначити її кутівий коефіцієнт та дослідити взаємне розташування із заданою другою прямою.
6. За заданим рівнянням кривої другого порядку визначити її вид, основні геометричні параметри та виконати схематичну побудову.
7. Обчислити границю заданої функції, використовуючи властивості границь та необхідні алгебраїчні перетворення.
8. Знайти похідну заданої функції із застосуванням правил диференціювання та таблиці похідних основних елементарних функцій.
9. Провести дослідження заданої функції: визначити область визначення, критичні точки, проміжки зростання і спадання, точки максимуму та мінімуму і побудувати ескіз графіка.
10. Розв'язати прикладну задачу на знаходження найбільшого або найменшого значення функції за допомогою похідної.
11. Обчислити невизначений інтеграл методом безпосереднього інтегрування, заміни змінної або інтегрування частинами.
12. Обчислити визначений інтеграл за формулою Ньютона–Лейбніца та пояснити геометричний або фізичний зміст отриманого результату.
13. Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої заданими лініями, за допомогою визначеного інтеграла.
14. Розв'язати диференціальне рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними та знайти частинний розв'язок за заданою початковою умовою.

15. Розв'язати лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами та визначити характер його розв'язку.

БЛОК 3. Практично-професійні задачі

Математичне моделювання процесів прикладної механіки

1. Кейс «Результуюча сил, що діють на механічну систему»

На механічну систему або її окремий елемент діють декілька сил, заданих величиною та напрямом. Представити сили у вигляді векторів, визначити їх проєкції на координатні осі, знайти результуючий вектор сили та його модуль. Пояснити фізичний зміст отриманого результату та його значення для аналізу механічної системи.

2. Кейс «Розрахунок невідомих параметрів механічної системи»

Під час виконання технічних розрахунків отримано декілька взаємопов'язаних рівнянь, що описують сили, навантаження або інші параметри механічної системи, механізму чи його окремого елемента. Побудувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язати її одним із вивчених методів та проаналізувати отримані значення з погляду їх фізичного змісту.

3. Кейс «Траєкторія руху елемента механічної системи»

Положення матеріальної точки, рухомого елемента механізму або іншого елемента механічної системи задано координатами. За вихідними даними скласти рівняння прямої або визначити відповідну криву другого порядку, встановити основні геометричні характеристики траєкторії та виконати її графічне представлення. Пояснити значення отриманої траєкторії для опису руху механічної системи.

4. Кейс «Швидкість та прискорення механічного елемента»

Закон руху матеріальної точки або рухомого елемента механічної системи задано функцією координати від часу. За допомогою похідної визначити залежність швидкості та прискорення від часу, обчислити їх значення у заданий момент та надати фізичну інтерпретацію отриманих результатів.

5. Кейс «Оптимальний режим механічного процесу»

Один із параметрів роботи механічної системи або технологічного процесу — швидкість руху, час виконання операції, продуктивність, навантаження або інший технічний параметр — заданий функцією певної змінної. За допомогою похідної визначити значення аргументу, за якого досліджуваний параметр набуває мінімального або максимального значення, та обґрунтувати практичне значення отриманого результату для роботи механічної системи.

6. Кейс «Розрахунок переміщення механічного елемента»

Швидкість руху матеріальної точки або елемента механічної системи змінюється в часі за заданим законом. За допомогою визначеного інтеграла визначити переміщення за встановлений проміжок часу та пояснити фізичний зміст виконаного інтегрування. Проаналізувати отриманий результат у контексті руху механічної системи.

7. Кейс «Робота змінної сили»

Під час переміщення елемента механічної системи діюча сила змінюється залежно від координати. За заданою функцією визначити роботу змінної сили на встановленому проміжку за допомогою визначеного інтеграла. Пояснити фізичний зміст отриманого результату та його значення для характеристики механічного процесу.

8. Кейс «Аналіз руху механічної системи»

Зміна швидкості руху матеріальної точки або елемента механічної системи описується диференціальним рівнянням першого порядку. Розв'язати диференціальне рівняння за заданих початкових умов, отримати закон зміни швидкості та проаналізувати характер руху механічної системи в часі.

9. Кейс «Моделювання динамічного процесу механічної системи»

Для спрощеної математичної моделі динамічного процесу задано залежність зміни одного з параметрів механічної системи від часу або поточного значення цього параметра. Скласти або розв'язати відповідне диференціальне рівняння, визначити необхідні параметри процесу та пояснити практичне значення отриманого результату для аналізу поведінки механічної системи.

10. Кейс «Коливання механічної системи»

Рух елемента механічної коливальної системи описано лінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Скласти характеристичне рівняння, визначити його корені, записати загальний розв'язок диференціального рівняння та встановити характер коливального процесу. Пояснити фізичний зміст отриманого математичного розв'язку.

11. Кейс «Математична перевірка результатів технічного розрахунку»

Після виконання розрахунку одного з параметрів механічної системи, механізму або його окремого елемента отримано числовий результат, який суттєво відрізняється від очікуваного. Необхідно перевірити правильність побудованої математичної моделі, використаних формул, одиниць вимірювання та послідовності обчислень, визначити можливе джерело помилки та обґрунтувати достовірність остаточного результату.

12. Кейс «Аналіз параметра механічної системи»

Залежність певного параметра механічної системи, механізму або технологічного процесу від часу, переміщення або іншої змінної задано функцією або сукупністю числових значень. Побудувати математичне представлення заданої залежності, проаналізувати характер її зміни, визначити найбільш важливі точки або інтервали та зробити обґрунтований висновок щодо зміни досліджуваного параметра.